



# APUNTES DE

# INGENIERÍA DE RÍOS Y COSTAS

# UMSNH



INGENIERÍA DE COSTAS  
G. B. P. M.

## SEGUNDA PARTE INGENIERÍA DE COSTAS O HIDRÁULICA MARÍTIMA

### BIBLIOGRAFÍA

- ❖ Manual de Diseño de Obras Civiles de la CFE, Sección Hidrotecnia, Tema Hidráulica, Fascículo A.2.13 Hidráulica Marítima.
- ❖ Compendio de Hidráulica Marítima, José Luís Sánchez Bribiesca, Texto y Figuras, Instituto de Ingeniería de la UNAM.



## 1. INTRODUCCIÓN

Las tres cuartas partes de la superficie del planeta tierra están cubiertas por los océanos, los cuales almacenan el 97.26% del total de los recursos hídricos existentes. Estas masas de agua almacenada están sometidas al sistema general de circulación generado por la acción de los rayos solares, la rotación de la tierra y las características físico-químicas del agua salada. La circulación general se manifiesta en forma de corrientes principalmente. También influyen sobre el comportamiento de las masas de agua las acciones locales que están reguladas por el relieve del fondo, la cercanía a los continentes y las condiciones meteorológicas. Entre estas acciones sobresalen los sismos, las mareas y los oleajes debidos al viento.

Eventos naturales como los sismos inducen la formación de unas olas conocidas como tsunamis o maremotos, los cuales han producido efectos catastróficos en diversas zonas costeras del mundo.

Las magnitudes de los oleajes están asociadas con las tormentas que se originan por la velocidad y la dirección de los vientos. En las zonas de latitud media las características de los vientos son influenciadas por las fuerzas Centrípeta y de Coriolis y ocasionan la formación de ciclones o huracanes durante algunos meses del año. Por su parte las mareas dependen de la relación sol-luna-tierra.

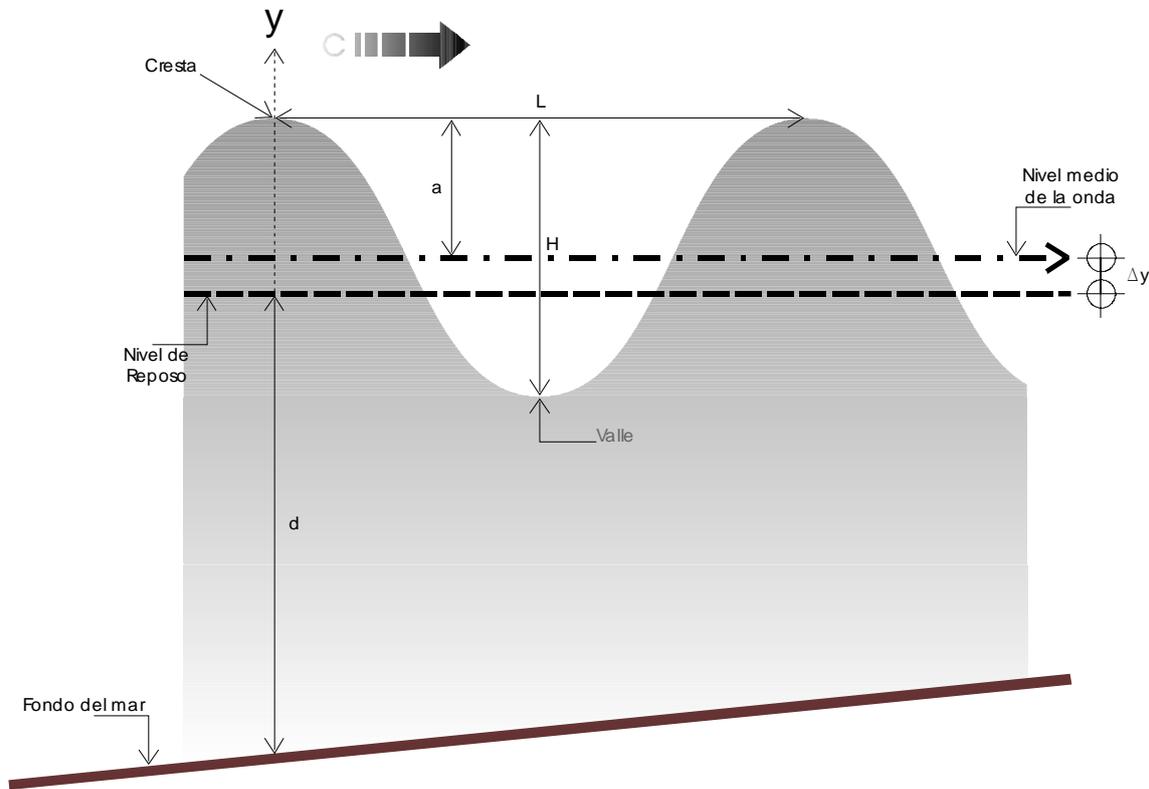
La Ingeniería de Costas o Hidráulica Marítima trata de los fenómenos relacionados con la generación de olas y mareas, su cuantificación, la determinación de sus efectos sobre la navegación marítima, la conservación de las playas y la protección de las obras que se construyen en las costas.

Las olas del mar son generadas por vientos, por sismos o por la acción del sol y la luna. Las producidas por sismos son olas de gran longitud de onda que se generan en mar profundo y desarrollan su poder destructor cuando alcanzan las aguas poco profundas de las costas; se conocen como Tsunamis. El sol y la luna son responsables de la formación de las olas de marea que son eventos predecibles tanto en magnitud como en tiempo. El oleaje que se forma por la acción del viento viaja por el mar en "Trenes" que contienen olas de diferentes tamaños y períodos; la longitud del tren y las magnitudes de las olas dependen de la localización y tamaño del Fetch y de la dirección y velocidad de los vientos. El Fetch es el área sobre la cual sopla el viento que genera el tren de olas.

Las olas que llegan a la costa ejercen fuerzas sobre las estructuras que encuentran en su recorrido. Estas estructuras son muros verticales, rompeolas, columnas o cuerpos sumergidos. Para determinar las magnitudes de las fuerzas es necesario conocer las características de las olas que llegan a las estructuras; estas características son Amplitud, Período y Dirección, las cuales se calculan teniendo en cuenta las condiciones en que se generaron las olas, las pérdidas de energía en su recorrido hasta las estructuras y las modificaciones que sufren por refracción y difracción. Los trenes de olas se representan por medio de una ola característica que se llama "Ola Significativa".



1.1 CARACTERÍSTICAS DEL OLEAJE:



DONDE:

a = Amplitud de la onda

H = Altura de la onda

L = Longitud de la onda, que se mide de una cresta a otra cresta consecutiva.

$T$  = Periodo de tiempo que tarda en pasar dos crestas consecutivas por un mismo punto.

$\Delta y$  = Diferencia de niveles entre el nivel de reposo y el nivel medio de la onda, en la primera aproximación o Teoría Lineal es igual a cero.

C = Celeridad de propagación de la onda, la cual esta en función de la longitud y del periodo, es decir:

$$C = \frac{L}{T} \quad (1.1)$$

f = Frecuencia del oleaje, la cual es igual al inverso del periodo, es decir:

$$f = \frac{1}{T} \quad (1.2)$$

## INGENIERÍA DE COSTAS



Esbeltez de la onda.- Es la relación que existe entre la altura y la longitud del oleaje ( $H/L$ ), tiene un valor máximo de  $1/7$  para agua profundas y  $1/10$  para aguas someras.

Propagación.- Es el termino empleado para indicar el paso de la onda por la superficie líquida.

Milla Náutica.- Es la medida que generalmente se usa para expresar distancias, es igual a 1.852 Km.

Nudo.- Es el termino que se emplea para indicar velocidades en marítima, y es igual a una milla náutica entre una hora.

Braza.- Unidad que nos sirve para indicar profundidades la cual es igual 1.8288m.

### 1.2 CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS

**Conforme al periodo las ondas** se clasifican según Kinsman (1965) en:

- 1) Ondas Capilares.- Son las producidas por vientos con velocidades entre 0.25 y 1.00 m/seg. Están controladas por la tensión superficial y la gravedad de la tierra, se caracterizan por tener un periodo menor que 0.1 seg., longitud menor de 1.73 cm y un valor máximo de celeridad de 17.3 cm/seg.
- 2) Ondas de Gravedad.- Tienen la característica de que su longitud es mayor que 1.73 cm., están controladas por la gravedad y se pueden subdividir en:
  - a) Ondas de Ultra gravedad.- Son producidas por vientos que varían sus velocidades entre 1 y 5 m/seg., se presentan en pequeños lagos.
  - b) Ondas de Gravedad propiamente dicho.- Son producidas por vientos con velocidades que varían entre 6.5 y 7 m/seg., con periodos entre 1 y 30 seg. y son las ondas que generalmente se ven en el mar.
  - c) Ondas de infla gravedad.- Son ondas de gravedad con periodo entre 30 seg. y 5 minutos, que causan oscilaciones notorias en la superficie del mar y se producen en grandes tormentas y huracanes.
- 3) Ondas de Periodo Largo.- Su longitud es mucho mayor que la profundidad, es decir  $d/L \ll 1$ . En la naturaleza se pueden distinguir dos tipos de ondas de periodo largo, un producto del deslizamiento de tierra submarina o plataformas continentales que reciben el nombre de Tsunami y las otras producidas por las mareas que tienen la característica de que su periodo varía entre 12 y 24 horas, generadas por la atracción del sol y/o la luna.
- 4) Ondas de Transmarea.- Se caracterizan por tener periodos mayores de 24 horas, son producidas por la atracción del sol y la luna.



## INGENIERÍA DE COSTAS

**Conforme a la altura de la onda** se clasifican en:

- 1.- Amplitud pequeña.- La altura comparada con la longitud es pequeña, se desprecian los desplazamientos de la masa líquida y para su estudio se usa la Teoría Lineal.
- 2.- Amplitud finita.- No se desprecian los desplazamientos de la masa líquida y se considera que existe un desnivel entre el nivel de reposo y el nivel medio de la onda. Para su estudio se utiliza la segunda aproximación de Stockes.

Para diferenciar entre los dos tipos de amplitud se recomienda utilizar el parámetro de URSELL.

$$Ur = \frac{L}{d^3} \eta_{m\acute{a}x} \quad (1.3)$$

Donde:  $\eta_{m\acute{a}x} = \frac{H}{2}$  (1.4)

### **Conforme al desplazamiento:**

- 1.- Progresivas
- 2.- Estacionarias.  $H' = 2 H$  (1.5)

### **Conforme a la profundidad relativa:**

- 1.- Aguas profundas.-  $d/L \geq 0.5$ ; teórico  $d/L \geq 1$
- 2.- Aguas intermedias.-  $0.5 > d/L > 0.05$ ;  $1 > d/L > 0.005$
- 3.- Aguas someras.-  $d/L \leq 0.05$ ;  $d/L \leq 0.005$

### **Conforme al desplazamiento de las partículas:**

- 1.- Ondas de traslación pura.- Son aquellas en las cuales los desplazamientos de las partículas en cualquier instante se producen en la dirección en el movimiento de la onda.
- 2.- Ondas de oscilación.- Se caracterizan en que los desplazamientos de las partículas siguen trayectorias cerradas o casi cerradas, de tal forma que durante algún tiempo su componente horizontal sigue la dirección del movimiento de la onda y un tiempo después tiene sentido contrario.

### **Conforme a la teoría del oleaje:**

- 1.- Ondas Senoidales.- Son aquellas que se presentan en aguas profundas y semejan a la trayectoria de una función seno.
- 2.- Ondas Conoidales.- Son aquellas que se presentan en aguas someras y cuyo perfil asemeja una función dada por un conjunto de series matemáticas que contienen el Jacobiano y el coseno elíptico designado con las letras "**Cn**".



- 3.- Trocoidales.- Son similares a las antes descritas, pero tienen la forma de una trocoide.
- 4.- Solitaria.- No presenta valle, no es periódica y no tiene definida una longitud de onda, son parecidas a los tsunamis.

## 2. MECÁNICA DE LA ONDA I O PRIMERA APROXIMACIÓN.

La primera aproximación, para definir en forma matemática el movimiento y las características del oleaje, fue planteada por Airy en 1845, el cual se ajusta a los requerimientos de la ingeniería hidráulica desde el punto de vista práctico para el diseño de obras marítimas, esta teoría es también conocida como teoría de las ondas de amplitud pequeña, siendo su principal inconveniente que no permite obtener el transporte de masa líquida.

Se supone que el potencial de velocidades cumple con la ecuación de Laplace, y tiene aplicación en aguas profundas e intermedias, aunque se puede definir en forma aproximada las características del oleaje en aguas someras.

En 1847 y en 1880 Stockes desarrolló una teoría para ondas de amplitud finita, cuya primera aproximación coincide con los resultados obtenidos por Airy de la teoría lineal, en el cual el potencial de velocidades es función directa de la esbeltez de la onda (H/L).

Las hipótesis en que se basa la teoría lineal son las siguientes:

1. El agua es homogénea.
2. El flujo es rotacional.
3. El fondo es fijo, impermeable y horizontal en un punto de estudio.
4. La presión a lo largo de la interfase agua-aire es constante.
5. La amplitud de la onda es pequeña comparada con la longitud y con la profundidad del agua.
6. Las condiciones de frontera que se deben cumplir se expresan en función del potencial de velocidades, de la siguiente manera:

a) De continuidad  $\nabla^2 \phi = 0$   $\Omega = 0$   
cuando es tridimensional  
y por lo tanto:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

Donde:

$\phi$  = Potencial de velocidades y cumple con:

La velocidad horizontal se obtiene como:  $U = \frac{\partial \phi}{\partial x}$

La velocidad vertical se obtiene como:  $U = \frac{\partial \phi}{\partial y}$



b) De frontera en el fondo. En este caso no existe componente vertical, es decir:

$$V = \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{y=-d} = 0$$

c) De frontera en la superficie libre. Siendo constante la presión atmosférica y de acuerdo con la ecuación de Daniel Bernoulli.

$$\eta = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{y=\eta}$$

y por lo tanto:

$$g \frac{\partial \phi}{\partial t} = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$$

## 2.1 ONDAS PROGRESIVAS

Una onda progresiva es aquella que forma parte de un tren de ondas que se propagan en zonas de calma (altura máxima de la onda  $\leq 0.3$  m) ó en áreas donde otros trenes existen con altura  $H > 3$ m. El potencial de velocidades dado por Stockes para la primera aproximación está definido por la siguiente ecuación:

$$\phi = \frac{gH}{2\sigma} \frac{\cosh[k(d+y)]}{\cosh(Kd)} \text{sen}(k * x - \sigma * t) \quad (2.1)$$

Donde:

$\sigma$  = Es la frecuencia angular de la onda  $\sigma = \frac{2\pi}{T}$  (2.2)

$k$  = Es el número de la onda  $k = \frac{2\pi}{L}$  (2.3)

$y$  = Es la profundidad a un punto de interés (m).

$x$  = Distancia horizontal del origen de la onda a un punto de interés (m).

$t$  – Tiempo que transcurre para que la cresta de una onda determinada pase del sitio de origen a un punto de interés ubicado a una distancia “x” (seg).

Si la calculadora no tiene funciones hiperbólicas se determina de la siguiente manera:

$$\cosh(\theta) = \frac{e^\theta - e^{-\theta}}{2} \quad ; \quad \sinh(\theta) = \frac{e^\theta + e^{-\theta}}{2} \quad (2.4)$$

El potencial definido por la fórmula anterior corresponde a una onda que avanza en el sentido positivo de las “x” y con el origen en:

$$\eta = \eta_{\max} = \frac{H}{2} \quad (2.5)$$

## INGENIERÍA DE COSTAS



Si se considera una onda que avanza en sentido contrario al eje creciente de las "x", el signo dentro del paréntesis de la función seno cambia a positivo; si el origen de la onda no es una cresta sino  $\eta_{\text{máx.}} = 0$ , la ecuación del potencial de velocidades cambia en su parte cíclica a coseno.

Para obtener las características del oleaje se tienen las siguientes expresiones en función de la profundidad relativa ( $d/L$ ), y considerando siempre que la onda viaja en el sentido de las "x" y con origen en  $\eta = \eta_{\text{máx.}}$ :

1) **Periodo de la onda (T)**.- No varía al trasladarse la onda a otras profundidades, mientras no rompa.

2) **Longitud de la onda (L)**.- Se puede calcular con la siguiente expresión:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \dots\dots\dots(2.6)$$

$$\text{sí} \dots\dots\dots \sigma = \frac{2\pi}{T} \quad ; \quad k = \frac{2\pi}{L}$$

$$L = \frac{gT}{\sigma} \tanh(kd) \dots\dots\dots(2.7)$$

3) **Celeridad de la onda "σ"**.- Velocidad con que se desplaza la onda, la cual se puede calcular como:

$$C = \frac{L}{T} = \frac{gT}{\sigma} \frac{\tanh(kd)}{T} = \frac{g}{\sigma} \tanh(kd) \quad (2.8)$$

4) **Perfil de la superficie libre**

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(k * x - \sigma * t) \quad (2.9)$$

5) **Velocidades orbitales de las partículas (u, v)**.- Se calculan por medio de las siguientes ecuaciones:

$$u = \frac{H\sigma}{2} \frac{\cosh[k(d+y)]}{\sinh(kd)} \cos(kx - \sigma t) \dots\dots\dots(2.10)$$

$$v = \frac{H\sigma}{2} \frac{\sinh[k(d+y)]}{\sinh(kd)} \sin(kx - \sigma t) \dots\dots\dots(2.11)$$

Las velocidades orbitales toman sus valores máximos cuando los argumentos de las funciones hiperbólicas tengan sus valores extremos, es decir:

$$U_{\text{max}} = \frac{\pi H}{T} \frac{1}{\tanh(Kd)} \quad (2.12)$$

Que se cumple cuando  $\theta = 0$ ;  $\phi = 0$ .



$$V_{\max} = \frac{\pi H}{T} \tag{2.13}$$

Que se cumple cuando  $\theta = 0$ .

La fuerza que se ejerce sobre las estructuras se puede calcular tanto en el sentido de las "x" como en el sentido de las "y" por medio de las siguientes expresiones:

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t} \tag{2.14}$$

$$a_y = \frac{dv}{dt} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial t} \tag{2.15}$$

6) **Desplazamiento de las partículas.**- Una partícula queda definida en el espacio por medio de sus coordenadas  $x_1, y_1$ ; que no varían en el seno del líquido en reposo, pero al paso de una onda sufre un desplazamiento en la dirección de los ejes "x" y "y", cuyo valor se puede calcular por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\xi = (x - x_1) = -\frac{H}{2} \frac{\cosh[k(d + y)]}{\sinh(kd)} \text{sen}(kx - \sigma) \tag{2.16}$$

$$\zeta = (y - y_1) = \frac{H}{2} \frac{\sinh[k(d + y)]}{\sinh(kd)} \cos(kx - \sigma) \tag{2.17}$$

Donde:

$x_1, y_1$  = Coordenadas de origen de la partícula.  
 $x, y$  = Son las coordenadas variables de la partícula.

Después del paso de la onda, las partículas regresan a su posición original

Otra forma de definir el desplazamiento es por medio de la distancia del origen al punto donde se encuentra la partícula y el ángulo medido con respecto al eje x, y de la posición original, por medio de las ecuaciones siguientes:

$$R = [\xi^2 + \zeta^2]^{1/2} \tag{2.18}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\zeta}{\xi} \tag{2.19}$$

7) **Movimiento de las partículas.**- Existen dos tipos de vista para cuantificar el movimiento de las partículas al paso de una onda, uno debido a Lagrange y otro debido a Euler, donde se considera que las partículas describen trayectorias cerradas.

Punto de vista de Lagrange Fue presentado originalmente por Euler pero al ser utilizadas por Lagrange para fundamentar el movimiento de las partículas para



fundamentar el movimiento de las partículas de las partículas líquidas, recibe el nombre de este último. Consiste en considerar a un observador que se mueve siguiendo el desplazamiento de una misma partícula, teniendo la expresión general que define el lugar geométrico de dicha trayectoria, por medio de la siguiente expresión:

$$\frac{\xi^2}{\left[\frac{H \cosh[k(d+y)]}{2 \sinh(kd)}\right]^2} + \frac{\zeta^2}{\left[\frac{H \sinh[k(d+y)]}{2 \sinh(kd)}\right]^2} = 1 \quad (2.20)$$

En aguas profundas los denominadores de la expresión anterior son iguales, y en aguas intermedias y someras son diferentes, dando lugar a una trayectoria en forma de elipse, siendo los semiejes de dicha elipse las ecuaciones siguientes:

$$\xi_{\max} = \frac{H \cosh[K(d+y)]}{2 \sinh(Kd)} = A \dots\dots\dots(2.21)$$

$$\zeta = \frac{H \sinh[K(d+y)]}{2 \sinh(Kd)} = B \dots\dots\dots(2.22)$$

Punto de vista de Euler Consiste en considerar que el observador que el observador permanece fijo y ve lo que sucede a lo largo del tiempo en cada punto fijo o punto de control dentro de la masa líquida. Si se unen en un instante dados los vectores de velocidad que tengan la misma magnitud con líneas tangentes a ellos, se obtienen las líneas de corriente del movimiento para ese instante dado. Cuando el movimiento A es permanente bastará considerar un tiempo cualquiera para en él obtener las líneas de corriente que definen el movimiento de las partículas líquidas del flujo, pero si este es un movimiento A transitorio se deberá hacer una serie continua de instantes en intervalos de tiempo, que dependerán de la rapidez del cambio del flujo. La velocidad en cada punto estará definida por las siguientes expresiones:

Donde:  $\alpha$  = Es la dirección que toma la partícula, con respecto al eje "x".

$$V = (u^2 + v^2)^{1/2} \dots\dots\dots(2.23)$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{V}{U}\right) \dots\dots\dots(2.24)$$

8) **Distribución de presiones.**- Se puede calcular por medio de la siguiente expresión:

$$P = -\gamma * y + \frac{\gamma H \cosh[k(d+y)]}{2 \cosh(kd)} \cos(kx - \sigma t) \quad (2.25)$$

$$K = \frac{\cosh[k(d+y)]}{\cosh(kd)} \quad (2.26)$$



## INGENIERÍA DE COSTAS

A esta relación se le denomina factor de amortiguamiento el cual se puede obtener de la figura 2.1, en función de la profundidad relativa y del tirante relativo. Este factor es igual a 1 en la superficie y disminuye con la profundidad.

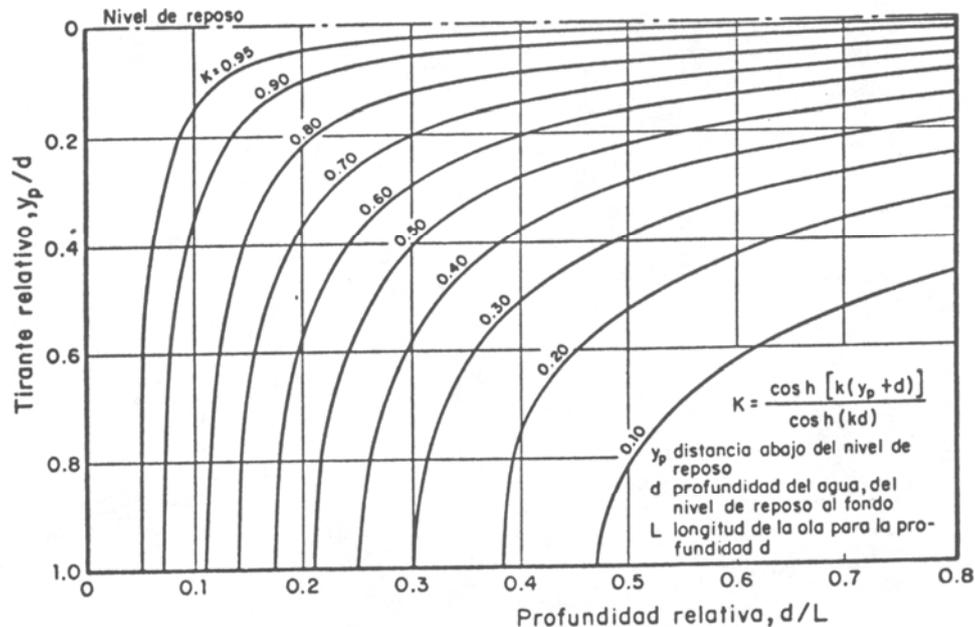


FIG. 2.1 Factor de amortiguamiento de la presión de la onda, teoría lineal, según Wiegel y Johnson ( 1951 )

Por medio de sensores de presión, a colocar en el fondo del mar a una profundidad  $\varnothing$  se puede obtener la variación de presión al paso de un determinado oleaje, con lo cual se está en posibilidades de determinar la altura del oleaje en un determinado punto del mar con la fórmula 2.27. Aunque en teoría los sensores se pueden instalar a cualquier profundidad, se recomienda colocarlos en profundidades que varíen entre 5 y 10 metros.

$$p_p = -\gamma * y_p + \gamma * \eta * \frac{\cosh [k(d + y_p)]}{\cosh (kd)} \quad (2.27)$$

- 9) **Energía en la onda.**- La energía total de una onda está definida como la suma de la energía potencial más la energía cinética, las cuales se pueden definir para un ancho unitario en toda la longitud de la onda o para un área unitaria de superficie de masa líquida.

Se considera a la energía potencial como el trabajo necesario para deformar una superficie horizontal en una senoidal y se debe a las diferentes posiciones de las partículas líquidas cercanas a la superficie con respecto al nivel de reposo, por lo que no dependen en absoluto del movimiento del líquido. La energía potencial se puede calcular con las siguientes expresiones:

- Para un ancho unitario y toda la longitud de la onda:



$$Ep = \frac{\gamma H^2 L}{16} \left( \frac{Kgf - m}{m} \right) \quad (2.28)$$

- Para un área unitaria de superficie líquida estará definida por la ecuación siguiente:

$$[Ep]_u = \frac{\gamma H^2}{16} \left( \frac{Kgf - m}{m^2} \right) \quad (2.29)$$

La energía cinética se debe a la velocidad que tienen las diferentes partículas líquidas que conforman el oleaje, y se puede calcular de la siguiente forma:

- Para un ancho unitario y toda la longitud de la onda:

$$Ec = \frac{\gamma H^2 L}{16} \left( \frac{Kgf - m}{m} \right) \quad (2.30)$$

- Para un área unitaria:

$$[Ec]_u = \frac{\gamma H^2}{16} \left( \frac{Kgf - m}{m^2} \right) \quad (2.31)$$

La energía total se podrá obtener de la siguiente forma:

- Para un ancho unitario y toda la longitud de la onda:

$$E = \frac{\gamma H^2 L}{8} \left( \frac{Kgf - m}{m} \right) \quad (2.32)$$

- Para un área unitaria de superficie de mar:

$$[E]_u = \frac{\gamma H^2}{8} \left( \frac{Kgf - m}{m^2} \right) \quad (2.33)$$

- 10) **Potencial de la onda.**- Es el trabajo efectuado en la unidad del tiempo y a su vez el trabajo es igual al producto de una fuerza por la distancia recorrida en la dirección de la aplicación de dicha fuerza, que expresada a lo largo de una longitud determinada y en un ancho unitario se puede calcular de la siguiente forma:

$$P = \frac{\gamma H^2}{8} c \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right] \quad (2.34)$$

Al término  $\left[ 1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right]$  se le denomina factor de grupo “ $\mathcal{G}$ ”; por lo que el potencial se podrá calcular de la siguiente manera:

$$P = \frac{\gamma H^2}{8} cn \left( \frac{Kgf - m}{s} \right) \quad (2.35)$$

Al dividir el potencial de la onda entre 76 se tienen HP, y al multiplicarse por 0.745, se obtienen Kw.

- 11) **Celeridad de grupo.**- Cuando se sobreponen dos ondas de igual amplitud, pero con periodos ligeramente diferentes, se puede obtener la velocidad a la



**INGENIERÍA DE COSTAS**

cual se desplazan un grupo de ondas, lo cual puede ser calculado por medio de la expresión siguiente:

$$Cg = \frac{L}{T} \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right] \dots\dots\dots(2.36)$$

$$\therefore Cg = C * n \dots\dots\dots(2.37)$$

Las expresiones anteriores permiten definir todas las características del oleaje en cualquier tipo de profundidad, para una onda progresiva, pero en aguas profundas y en aguas someras las funciones hiperbólicas tienden a valores extremos, cuando los argumentos de dichas funciones toman valores extremos, por lo cual algunas de las ecuaciones generales antes vistas pueden tener simplificaciones debido a lo siguiente:

**Para aguas profundas** cuando  $d/L \geq 0.5$

$$kd \rightarrow 2\pi \quad \text{y por lo tanto}$$

$$\sinh(kd) \approx \cosh(kd)$$

$$\tanh(kd) \approx 1$$

$$\sinh(kd) = \frac{1}{2} e^{kd}$$

$$\sinh[k(d + y)] = \frac{1}{2} e^{k(d+y)}$$

$$\frac{\sinh[k(d + y)]}{\sinh(kd)} = e^{ky}$$

De lo anterior:

$$L_o = 1.561 T^2 \quad (2.38)$$

Donde el subíndice "o" indica que estamos en aguas profundas.

La celeridad en aguas profundas será:

$$C_o = \frac{L_o}{T} = 1.561T \quad (2.39)$$

**Para aguas someras**, donde  $d/L \leq 0.05$  se tiene que:

$$kd \rightarrow 0 \quad \therefore$$

$$\sinh(kd) \approx \tanh(kd) = kd$$

$$\cosh(kd) \rightarrow 1$$

De lo anterior se tiene:

$$L_b = \sqrt{gd} T \quad (2.40)$$

Donde el subíndice "b" significa que estamos en aguas someras (por lo tanto el subíndice "o" se utilizará para aguas intermedias).

La celeridad en aguas someras será:

$$C_b = \frac{L_b}{T} = \sqrt{gd} \quad (2.41)$$



En la tabla 2.1 se presenta un resumen completo de las ecuaciones para los diferentes tipos de profundidad, con las simplificaciones que se tienen para aguas someras y para aguas profundas.

TABLA 2.1 Características de la onda progresiva. Teoría lineal (Airy)

Profundidad relativa	Aguas someras* $\frac{d}{L} < \frac{1}{20}$	Aguas intermedias $\frac{1}{20} < \frac{d}{L} < \frac{1}{2}$	Aguas profundas** $\frac{d}{L} > \frac{1}{2}$
Periodo de la onda	T	T	T
Longitud de la onda	$L_b = T\sqrt{gd}$	$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)$	$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi}$
Celeridad de la onda	$C_b = \sqrt{gd}$	$C = \frac{gT}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)$	$C_0 = \frac{gT}{2\pi}$
Perfil de la superficie libre de la onda	$\eta_b = \frac{H_b}{2} \cos(k_b x - \omega_b t)$	$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t)$	$\eta_0 = \frac{H_0}{2} \cos(k_0 x - \omega_0 t)$
Velocidades orbitales de las partículas			
a) horizontal	$u_b = \frac{\eta_b}{k_b d} \omega_b$	$u = \eta_0 \frac{\cosh[k(d+y)]}{\sinh(kd)}$	$u_0 = \frac{H_0}{2} \omega_0 e^{k_0 y} \cos(k_0 x - \omega_0 t)$
b) vertical	$v_b = \frac{H_b \pi}{T} \left(\frac{d+y}{d}\right) \sin(k_b x - \omega_b t)$	$v = \frac{H_0}{2} \frac{\sinh[k(d+y)]}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t)$	$v_0 = \frac{H_0}{2} \omega_0 e^{k_0 y} \sin(k_0 x - \omega_0 t)$
Desplazamientos orbitales de las partículas			
a) horizontal	$\zeta_b = \frac{H_b L_b}{4\pi d} \sin(k_b x - \omega_b t)$	$\zeta = -\frac{H}{2} \frac{\cosh[k(d+y)]}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t)$	$\zeta_0 = -\frac{H_0}{2} e^{k_0 y} \sin(k_0 x - \omega_0 t)$
b) vertical	$\zeta_b = \frac{H_b}{2} \left(\frac{d+y}{d}\right) \cos(k_b x - \omega_b t)$	$\zeta = \frac{H}{2} \frac{\sinh[k(d+y)]}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t)$	$\zeta_0 = \frac{H_0}{2} e^{k_0 y} \cos(k_0 x - \omega_0 t)$
Movimiento orbital de las partículas			
a) Lagrange	$\left(\frac{\zeta_b}{2k_b d}\right)^2 + \left(\frac{\zeta_b}{\frac{H_b}{2} \left(\frac{d+y}{d}\right)}\right)^2 = 1$	$\left[\frac{H}{2} \frac{\cosh[k(d+y)]}{\sinh(kd)}\right]^2 + \left[\frac{H}{2} \frac{\sinh[k(d+y)]}{\sinh(kd)}\right]^2 = 1$	$(\zeta)^2 + (\zeta)^2 = \frac{H_0}{2} e^{k_0 y}$
Distribución de presiones	$p_b = -\gamma y + \frac{\gamma H_b}{2} \cos(k_b x - \omega_b t)$	$p = -\gamma y + \frac{\gamma H}{2} \frac{\cosh[k(d+y)]}{\cosh(kd)} \cos(kx - \omega t)$	$p_0 = -\gamma y + \frac{\gamma H_0}{2} e^{k_0 y} \cos(k_0 x - \omega_0 t)$
Energía de la onda	$E_b = \frac{\gamma H_b^2}{8} L_b$	$E = \frac{\gamma H^2}{8} L$	$E_0 = \frac{\gamma H_0^2}{8} L_0$
Potencia de la onda	$P_b = \frac{\gamma H_b^2}{8} C_b$	$P = \frac{\gamma H^2}{8} C \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)}\right]$	$P_0 = \frac{\gamma H_0^2}{16} C_0$
Celeridad de grupo	$C_{g_b} = C_b$	$C_g = \frac{L}{T} \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)}\right]$	$C_{g_0} = \frac{1}{2} C_0$

## 2.2 ONDAS ESTACIONARIAS

Cuando una onda progresiva llega a una pared vertical y su ángulo de incidencia es perpendicular a la pared, se produce una onda estacionaria, cuya principal particularidad es de que no se presenta o no tiene significado la celeridad. A la onda estacionaria, producida por el oleaje en el mar, se le denomina "Clapotis", dando origen a una onda del doble de la onda incidente, es decir,  $H'=2H$ , donde el apóstrofe se utilizará para definir una onda estacionaria.

En la tabla 2.2 se presentan las ecuaciones de una onda estacionaria para aguas profundas, intermedias y someras, conforme a la teoría lineal o de Airy, donde se destaca que las trayectorias o movimiento de las partículas son líneas rectas, verticales en la cresta – valle y horizontales en los nodos.



TABLA 2.2 Características de la onda estacionaria. Teoría Lineal

Profundidad relativa	Aguas someras*	Aguas intermedias	Aguas profundas**
	$\frac{d}{L} < \frac{1}{20}$	$\frac{1}{20} < \frac{d}{L} < \frac{1}{2}$	$\frac{d}{L} > \frac{1}{2}$
Periodo de la onda	T	T	T
Longitud de la onda	$L_b = T\sqrt{gd}$	$L = g \frac{T^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)$	$L_0 = g \frac{T^2}{2\pi}$
Celeridad de la onda	No tiene significado	No tiene significado	No tiene significado
Perfil de la superficie libre de la onda	$\eta_b = \frac{H'_b}{2} \cos(k_b x) \cos(\omega_b t)$	$\eta = \frac{H^*}{2} \cos(kx) \cos(\omega t)$	$\eta_0 = \frac{H'_0}{2} \cos(k_0 x) \cos(\omega_0 t)$
Velocidades orbitales de las partículas			
a) horizontal	$u_b = \frac{H'_b \omega_b}{2kd} \sin(k_b x) \sin(\omega_b t)$	$u = \frac{H^* \omega}{2} \frac{\cosh[k(d+y)]}{\sinh(kd)} \sin(kx) \sin(\omega t)$	$u_0 = \frac{H'_0 \omega_0}{2} e^{k_0 y} \sin(k_0 x) \cos(\omega_0 t)$
b) vertical	$v_b = -\frac{H'_b \omega_b}{2} \left(1 + \frac{y}{d}\right) \cos(k_b x) \sin(\omega_b t)$	$v = -\frac{H^* \omega}{2} \frac{\sinh[k(d+y)]}{\sinh(kd)} \cos(kx) \sin(\omega t)$	$v_0 = \frac{H'_0 \omega_0}{2} e^{k_0 y} \cos(k_0 x) \sin(\omega_0 t)$
Desplazamientos orbitales de las partículas			
a) horizontal	$r_b = \frac{H'_b}{2kd} \sin(k_b x) \cos(\omega_b t)$	$r = \frac{H^*}{2} \frac{\cosh[k(d+y)]}{\sinh(kd)} \sin(kx) \cos(\omega t)$	$r_0 = -\frac{H'_0}{2} e^{k_0 y} \sin(k_0 x) \cos(\omega_0 t)$
b) vertical	$r'_b = \frac{H'_b}{2} \left(1 + \frac{y}{d}\right) \cos(k_b x) \cos(\omega_b t)$	$r = \frac{H^*}{2} \frac{\sinh[k(d+y)]}{\sinh(kd)} \cos(kx) \cos(\omega t)$	$r_0 = \frac{H'_0}{2} e^{k_0 y} \cos(k_0 x) \cos(\omega_0 t)$
Movimiento de las partículas	$r''_b = \frac{\tan(k_b x)}{k_b (d+y)}$	$r = -c \frac{\tan(kx)}{\tanh k(d+y)}$	$r_0 = -c_0 \tan(k_0 x)$
Distribución de presiones	$p_b = -\gamma y + \frac{\gamma H'_b}{2} \cos(k_b x) \cos(\omega_b t)$	$p = -\gamma y + \frac{\gamma H^*}{2} \frac{\cosh[k(d+y)]}{\cosh(kd)} \cos(kx) \cos(\omega t)$	$p_0 = -\gamma y + \frac{\gamma H'_0}{2} e^{k_0 y} \cos(k_0 x) \cos(\omega_0 t)$
Energía de la onda	$E_b = \frac{\gamma (H'_b)^2}{16} L_b$	$E = \frac{\gamma (H^*)^2}{16} L$	$E_0 = \frac{\gamma (H'_0)^2}{16} L_0$

**Ejemplo 1.-** Determinar la celeridad de una onda y en qué tipo de agua se encuentra un sitio que tiene una profundidad de 20 metros cuando las características del oleaje son: Altura de la onda = 2 metros; Periodo = 10 segundos.

**Ejemplo 2.-** Determinar la energía potencial y total de la onda del ejemplo anterior.

**Ejemplo 3.-** En un muelle de pilas se tiene una profundidad de 16 metros y se desea saber si dichas pilas estarán sujetas a la erosión por el paso de un oleaje que tiene una altura de 4 metros y un periodo de 8 segundos, sabiendo que la velocidad máxima que soportan las partículas del fondo es de 1.5 m/s.

**Ejemplo 4.-** Un medidor de presión se encuentra 40 centímetros sobre el nivel del fondo en un sitio donde la profundidad es de 10.5 metros. El aparato ha registrado presiones máximas de 12,700 Kilogramos fuerza por metro cuadrado con una frecuencia de 0.08 ciclos por segundo. Calcular la H.

**Ejemplo 5.-** Una placa metálica de 1 metro de lado y 10 centímetros de espesor, está apoyada en el fondo del mar, en un sitio donde la profundidad es de 20 metros. Se desea conocer cual será el empuje mínimo debido a la presión del paso de un oleaje que tiene una altura de 5 metros y un periodo de 10 segundos.

**Ejemplo 6.-** Se quiere conocer la celeridad de la onda y los desplazamientos de las partículas líquidas en el fondo del mar, cuando se produce un oleaje de 5 metros de altura y longitud de onda de 150 metros, en un sitio donde la profundidad es de 80 metros.

**Ejemplo 7.-** En el mismo punto del problema anterior, obtener los desplazamientos de las partículas líquidas en la superficie libre del agua, en el origen y a una distancia de 112.5 metros, considerando que el fondo es horizontal.



TABLA III.1 Valores de las funciones de  $d/L_0$ , según Wiegel ( ref 7 )

$d/L_0$	$d/L$	$2\pi d/L$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh$	$\cosh$	$n$	$K_s$
0	0	0	0	0	1	0	1	1	
.0001000	.003990	.02507	.02506	.02507	1.0003	.05016	1.001	.9998	4.467
.0002000	.005643	.03546	.03544	.03547	1.0006	.07097	1.003	.9996	3.757
.0003000	.006912	.04343	.04340	.04344	1.0009	.08697	1.004	.9994	3.395
.0004000	.007982	.05015	.05011	.05018	1.0013	.1005	1.005	.9992	3.160
.0005000	.008925	.05608	.05602	.05611	1.0016	.1124	1.006	.9990	2.989
.0006000	.009778	.06144	.06136	.06148	1.0019	.1232	1.008	.9988	2.856
.0007000	.01056	.06637	.06627	.06642	1.0022	.1331	1.009	.9985	2.749
.0008000	.01129	.07096	.07084	.07102	1.0025	.1424	1.010	.9983	2.659
.0009000	.01198	.07527	.07513	.07534	1.0028	.1511	1.011	.9981	2.582
.001000	.01263	.07935	.07918	.07943	1.0032	.1594	1.013	.9979	2.515
.001100	.01325	.08323	.08304	.08333	1.0035	.1672	1.014	.9977	2.456
.001200	.01384	.08694	.08672	.08705	1.0038	.1748	1.015	.9975	2.404
.001300	.01440	.09050	.09026	.09063	1.0041	.1820	1.016	.9973	2.357
.001400	.01495	.09393	.09365	.09407	1.0044	.1890	1.018	.9971	2.314
.001500	.01548	.09723	.09693	.09739	1.0047	.1957	1.019	.9969	2.275
.001600	.01598	.1004	.1001	.1006	1.0051	.2022	1.020	.9967	2.239
.001700	.01648	.1035	.1032	.1037	1.0054	.2086	1.022	.9965	2.205
.001800	.01696	.1066	.1062	.1068	1.0057	.2147	1.023	.9962	2.174
.001900	.01743	.1095	.1091	.1097	1.0060	.2207	1.024	.9960	2.145
.002000	.01788	.1123	.1119	.1125	1.0063	.2266	1.025	.9958	2.119
.002100	.01832	.1151	.1146	.1154	1.0066	.2323	1.027	.9956	2.094
.002200	.01876	.1178	.1173	.1181	1.0069	.2379	1.028	.9954	2.070
.002300	.01918	.1205	.1199	.1208	1.0073	.2433	1.029	.9952	2.047
.002400	.01959	.1231	.1225	.1234	1.0076	.2487	1.031	.9950	2.025
.002500	.02000	.1257	.1250	.1260	1.0079	.2540	1.032	.9948	2.005
.002600	.02040	.1282	.1275	.1285	1.0082	.2592	1.033	.9946	1.986
.002700	.02079	.1306	.1299	.1310	1.0085	.2642	1.034	.9944	1.967
.002800	.02117	.1330	.1323	.1334	1.0089	.2692	1.036	.9942	1.950
.002900	.02155	.1354	.1346	.1358	1.0092	.2741	1.037	.9939	1.933
.003000	.02192	.1377	.1369	.1382	1.0095	.2790	1.038	.9937	1.917
.003100	.02228	.1400	.1391	.1405	1.0098	.2837	1.040	.9935	1.902
.003200	.02264	.1423	.1413	.1427	1.0101	.2884	1.041	.9933	1.887
.003300	.02300	.1445	.1435	.1449	1.0104	.2930	1.042	.9931	1.873
.003400	.02335	.1467	.1456	.1472	1.0108	.2976	1.043	.9929	1.860
.003500	.02369	.1488	.1477	.1494	1.0111	.3021	1.045	.9927	1.847
.003600	.02403	.1510	.1498	.1515	1.0114	.3065	1.046	.9925	1.834
.003700	.02436	.1531	.1519	.1537	1.0117	.3109	1.047	.9923	1.822
.003800	.02469	.1551	.1539	.1558	1.0121	.3153	1.049	.9921	1.810
.003900	.02502	.1572	.1559	.1579	1.0124	.3196	1.050	.9919	1.799
.004000	.02534	.1592	.1579	.1599	1.0127	.3238	1.051	.9917	1.788
.004100	.02566	.1612	.1598	.1619	1.0130	.3280	1.052	.9915	1.777
.004200	.02597	.1632	.1617	.1639	1.0133	.3322	1.054	.9912	1.767
.004300	.02628	.1651	.1636	.1659	1.0137	.3362	1.055	.9910	1.756
.004400	.02659	.1671	.1655	.1678	1.0140	.3403	1.056	.9908	1.746
.004500	.02689	.1690	.1674	.1698	1.0143	.3444	1.058	.9906	1.737
.004600	.02719	.1708	.1692	.1717	1.0146	.3483	1.059	.9904	1.727
.004700	.02749	.1727	.1710	.1736	1.0149	.3523	1.060	.9902	1.718
.004800	.02778	.1745	.1728	.1754	1.0153	.3562	1.062	.9900	1.709
.004900	.02807	.1764	.1746	.1773	1.0156	.3601	1.063	.9898	1.701
.005000	.02836	.1782	.1764	.1791	1.0159	.3640	1.064	.9896	1.692
.005100	.02864	.1800	.1781	.1809	1.0162	.3678	1.066	.9894	1.684
.005200	.02893	.1818	.1798	.1827	1.0166	.3715	1.067	.9892	1.676
.005300	.02921	.1835	.1815	.1845	1.0169	.3753	1.068	.9889	1.669
.005400	.02948	.1852	.1832	.1863	1.0172	.3790	1.069	.9887	1.662
.005500	.02976	.1870	.1848	.1880	1.0175	.3827	1.071	.9885	1.654
.005600	.03003	.1887	.1865	.1898	1.0178	.3864	1.072	.9883	1.647
.005700	.03030	.1904	.1881	.1915	1.0182	.3900	1.073	.9881	1.640
.005800	.03057	.1921	.1897	.1932	1.0185	.3937	1.075	.9879	1.633
.005900	.03083	.1937	.1913	.1949	1.0188	.3972	1.076	.9877	1.626
.006000	.03110	.1954	.1929	.1967	1.0192	.4008	1.077	.9875	1.620
.006100	.03136	.1970	.1945	.1983	1.0195	.4044	1.079	.9873	1.614
.006200	.03162	.1987	.1961	.2000	1.0198	.4079	1.080	.9871	1.607



TABLA III.1 Valores de las funciones de  $d/L_0$ , según Wiegel ( ref 7 )

$d/L_0$	$d/L$	$2\pi d/L$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh$	$\cosh$	$n$	$K_s$
.006300	.03188	.2003	.1976	.2016	1.0201	.4114	1.081	.9869	1.601
.006400	.03213	.2019	.1992	.2033	1.0205	.4148	1.083	.9867	1.595
.006500	.03238	.2035	.2007	.2049	1.0208	.4183	1.084	.9865	1.589
.006600	.03264	.2051	.2022	.2065	1.0211	.4217	1.085	.9863	1.583
.006700	.03289	.2066	.2037	.2081	1.0214	.4251	1.087	.9860	1.578
.006800	.03313	.2082	.2052	.2097	1.0217	.4285	1.088	.9858	1.572
.006900	.03338	.2097	.2067	.2113	1.0221	.4319	1.089	.9856	1.567
.007000	.03362	.2113	.2082	.2128	1.0224	.4352	1.091	.9854	1.561
.007100	.03387	.2128	.2096	.2144	1.0227	.4386	1.092	.9852	1.556
.007200	.03411	.2144	.2111	.2160	1.0231	.4419	1.093	.9850	1.551
.007300	.03435	.2158	.2125	.2175	1.0234	.4452	1.095	.9848	1.546
.007400	.03459	.2173	.2139	.2190	1.0237	.4484	1.096	.9846	1.541
.007500	.03482	.2188	.2154	.2205	1.0240	.4517	1.097	.9844	1.536
.007600	.03506	.2203	.2168	.2221	1.0244	.4549	1.099	.9842	1.531
.007700	.03529	.2218	.2182	.2236	1.0247	.4582	1.100	.9840	1.526
.007800	.03552	.2232	.2196	.2251	1.0250	.4614	1.101	.9838	1.521
.007900	.03576	.2247	.2209	.2265	1.0253	.4646	1.103	.9836	1.517
.008000	.03598	.2261	.2223	.2280	1.0257	.4678	1.104	.9834	1.512
.008100	.03621	.2275	.2237	.2295	1.0260	.4709	1.105	.9832	1.508
.008200	.03644	.2290	.2250	.2310	1.0263	.4741	1.107	.9830	1.503
.008300	.03666	.2304	.2264	.2324	1.0266	.4772	1.108	.9827	1.499
.008400	.03689	.2318	.2277	.2338	1.0270	.4803	1.109	.9825	1.495
.008500	.03711	.2332	.2290	.2353	1.0273	.4834	1.111	.9823	1.491
.008600	.03733	.2346	.2303	.2367	1.0276	.4865	1.112	.9821	1.487
.008700	.03755	.2360	.2317	.2381	1.0280	.4896	1.113	.9819	1.482
.008800	.03777	.2373	.2330	.2396	1.0283	.4927	1.115	.9817	1.478
.008900	.03799	.2387	.2343	.2410	1.0286	.4957	1.116	.9815	1.474
.009000	.03821	.2401	.2356	.2424	1.0290	.4988	1.118	.9813	1.471
.009100	.03842	.2414	.2368	.2438	1.0293	.5018	1.119	.9811	1.467
.009200	.03864	.2428	.2381	.2452	1.0296	.5049	1.120	.9809	1.463
.009300	.03885	.2441	.2394	.2465	1.0299	.5079	1.122	.9807	1.459
.009400	.03906	.2455	.2407	.2479	1.0303	.5109	1.123	.9805	1.456
.009500	.03928	.2468	.2419	.2493	1.0306	.5138	1.124	.9803	1.452
.009600	.03949	.2481	.2431	.2507	1.0309	.5168	1.126	.9801	1.448
.009700	.03970	.2494	.2443	.2520	1.0313	.5198	1.127	.9799	1.445
.009800	.03990	.2507	.2456	.2534	1.0316	.5227	1.128	.9797	1.442
.009900	.04011	.2520	.2468	.2547	1.0319	.5257	1.130	.9794	1.438
.01000	.04032	.2533	.2480	.2560	1.0322	.5286	1.131	.9792	1.435
.01100	.04233	.2660	.2598	.2691	1.0356	.5574	1.145	.9772	1.403
.01200	.04426	.2781	.2711	.2817	1.0389	.5853	1.159	.9751	1.375
.01300	.04612	.2898	.2820	.2938	1.0423	.6125	1.173	.9731	1.350
.01400	.04791	.3010	.2924	.3056	1.0456	.6391	1.187	.9710	1.327
.01500	.04964	.3119	.3022	.3170	1.0490	.6651	1.201	.9690	1.307
.01600	.05132	.3225	.3117	.3281	1.0524	.6906	1.215	.9670	1.288
.01700	.05296	.3328	.3209	.3389	1.0559	.7158	1.230	.9649	1.271
.01800	.05455	.3428	.3298	.3495	1.0593	.7405	1.244	.9629	1.255
.01900	.05611	.3525	.3386	.3599	1.0628	.7650	1.259	.9609	1.240
.02000	.05763	.3621	.3470	.3701	1.0663	.7891	1.274	.9588	1.226
.02100	.05912	.3714	.3552	.3800	1.0698	.8131	1.289	.9568	1.213
.02200	.06057	.3806	.3632	.3898	1.0733	.8368	1.304	.9548	1.201
.02300	.06200	.3896	.3710	.3995	1.0768	.8603	1.319	.9528	1.189
.02400	.06340	.3984	.3786	.4090	1.0804	.8837	1.335	.9508	1.178
.02500	.06478	.4070	.3860	.4184	1.0840	.9069	1.350	.9488	1.168
.02600	.06613	.4155	.3932	.4276	1.0876	.9310	1.366	.9468	1.159
.02700	.06747	.4239	.4002	.4367	1.0912	.9530	1.381	.9448	1.150
.02800	.06878	.4322	.4071	.4457	1.0949	.9760	1.397	.9428	1.141
.02900	.07007	.4403	.4138	.4546	1.0985	.9988	1.413	.9408	1.133
.03000	.07135	.4483	.4205	.4634	1.1021	1.022	1.430	.9388	1.125
.03100	.07260	.4562	.4269	.4721	1.1059	1.044	1.446	.9369	1.118
.03200	.07385	.4640	.4333	.4808	1.1096	1.067	1.462	.9349	1.111
.03300	.07507	.4717	.4395	.4894	1.1133	1.090	1.479	.9329	1.104
.03400	.07630	.4794	.4457	.4980	1.1171	1.113	1.496	.9309	1.098



TABLA III.1 Valores de las funciones de  $d/L_0$ , según Wiegel  
( ref 7 )

$d/L_0$	$d/L$	$2\pi d/L$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh$	$\cosh$	$n$	$K_s$
.03500	.07748	.4868	.4517	.5064	1.1209	1.135	1.513	.9289	1.092
.03600	.07867	.4943	.4577	.5147	1.1247	1.158	1.530	.9270	1.086
.03700	.07984	.5017	.4635	.5230	1.1285	1.180	1.547	.9250	1.080
.03800	.08100	.5090	.4691	.5312	1.1324	1.203	1.564	.9230	1.075
.03900	.08215	.5162	.4747	.5394	1.1362	1.226	1.582	.9211	1.069
.04000	.08329	.5233	.4802	.5475	1.1401	1.248	1.600	.9192	1.064
.04100	.08442	.5304	.4857	.5556	1.1440	1.271	1.617	.9172	1.059
.04200	.08553	.5374	.4911	.5637	1.1479	1.294	1.636	.9153	1.055
.04300	.08664	.5444	.4964	.5717	1.1518	1.317	1.654	.9133	1.050
.04400	.08774	.5513	.5015	.5796	1.1558	1.340	1.672	.9114	1.046
.04500	.08883	.5581	.5066	.5876	1.1599	1.363	1.691	.9095	1.042
.04600	.08991	.5649	.5116	.5954	1.1639	1.386	1.709	.9076	1.038
.04700	.09098	.5717	.5166	.6033	1.1679	1.409	1.728	.9057	1.034
.04800	.09205	.5784	.5215	.6111	1.1720	1.433	1.747	.9037	1.030
.04900	.09311	.5850	.5263	.6189	1.1760	1.456	1.766	.9018	1.026
.05000	.09416	.5916	.5310	.6267	1.1802	1.479	1.786	.8999	1.023
.05100	.09520	.5981	.5357	.6344	1.1843	1.503	1.805	.8980	1.019
.05200	.09623	.6046	.5403	.6421	1.1884	1.526	1.825	.8961	1.016
.05300	.09726	.6111	.5449	.6499	1.1926	1.550	1.845	.8943	1.013
.05400	.09829	.6176	.5494	.6575	1.1968	1.574	1.865	.8924	1.010
.05500	.09930	.6239	.5538	.6652	1.2011	1.598	1.885	.8905	1.007
.05600	.1003	.6303	.5582	.6729	1.2053	1.622	1.906	.8886	1.004
.05700	.1013	.6366	.5626	.6805	1.2096	1.646	1.926	.8867	1.001
.05800	.1023	.6428	.5668	.6880	1.2138	1.670	1.947	.8849	.9985
.05900	.1033	.6491	.5711	.6956	1.2181	1.695	1.968	.8830	.9958
.06000	.1043	.6553	.5753	.7033	1.2225	1.719	1.989	.8811	.9932
.06100	.1053	.6616	.5794	.7110	1.2270	1.744	2.011	.8792	.9907
.06200	.1063	.6678	.5834	.7187	1.2315	1.770	2.033	.8773	.9883
.06300	.1073	.6739	.5874	.7265	1.2355	1.795	2.055	.8755	.9860
.06400	.1082	.6799	.5914	.7345	1.2402	1.819	2.076	.8737	.9837
.06500	.1092	.6860	.5954	.7411	1.2447	1.845	2.098	.8719	.9815
.06600	.1101	.6920	.5993	.7486	1.2492	1.870	2.121	.8700	.9793
.06700	.1111	.6981	.6031	.7561	1.2537	1.896	2.144	.8682	.9772
.06800	.1120	.7037	.6069	.7633	1.2580	1.921	2.166	.8664	.9752
.06900	.1130	.7099	.6106	.7711	1.2628	1.948	2.189	.8646	.9732
.07000	.1139	.7157	.6144	.7783	1.2672	1.974	2.213	.8627	.9713
.07100	.1149	.7219	.6181	.7863	1.2721	2.000	2.236	.8609	.9694
.07200	.1158	.7277	.6217	.7937	1.2767	2.026	2.260	.8591	.9676
.07300	.1168	.7336	.6252	.8011	1.2813	2.053	2.284	.8572	.9658
.07400	.1177	.7395	.6289	.8088	1.2861	2.080	2.308	.8554	.9641
.07500	.1186	.7453	.6324	.8162	1.2908	2.107	2.332	.8537	.9624
.07600	.1195	.7511	.6359	.8237	1.2956	2.135	2.357	.8519	.9607
.07700	.1205	.7569	.6392	.8312	1.3004	2.162	2.382	.8501	.9591
.07800	.1214	.7625	.6427	.8386	1.3051	2.189	2.407	.8483	.9576
.07900	.1223	.7683	.6460	.8462	1.3100	2.217	2.432	.8465	.9562
.08000	.1232	.7741	.6493	.8538	1.3149	2.245	2.458	.8448	.9548
.08100	.1241	.7799	.6526	.8614	1.3198	2.274	2.484	.8430	.9534
.08200	.1251	.7854	.6558	.8687	1.3246	2.303	2.511	.8413	.9520
.08300	.1259	.7911	.6590	.8762	1.3295	2.331	2.537	.8395	.9506
.08400	.1268	.7967	.6622	.8837	1.3345	2.360	2.563	.8378	.9493
.08500	.1277	.8026	.6655	.8915	1.3397	2.389	2.590	.8360	.9481
.08600	.1286	.8080	.6685	.8989	1.3446	2.418	2.617	.8342	.9469
.08700	.1295	.8137	.6716	.9064	1.3497	2.448	2.644	.8325	.9457
.08800	.1304	.8193	.6747	.9141	1.3548	2.478	2.672	.8308	.9445
.08900	.1313	.8250	.6778	.9218	1.3600	2.508	2.700	.8290	.9433
.09000	.1322	.8306	.6808	.9295	1.3653	2.538	2.728	.8273	.9422
.09100	.1331	.8363	.6838	.9372	1.3706	2.568	2.756	.8255	.9411
.09200	.1340	.8420	.6868	.9450	1.3759	2.599	2.785	.8238	.9401
.09300	.1349	.8474	.6897	.9525	1.3810	2.630	2.814	.8221	.9391
.09400	.1357	.8528	.6925	.9600	1.3862	2.662	2.843	.8204	.9381
.09500	.1366	.8583	.6953	.9677	1.3917	2.693	2.873	.8187	.9371
.09600	.1375	.8639	.6982	.9755	1.3970	2.726	2.903	.8170	.9362
.09700	.1384	.8694	.7011	.9832	1.4023	2.757	2.933	.8153	.9353



TABLA III.1 Valores de las funciones de  $d/L_0$ , según Wiegel ( ref 7 )

$d/L_0$	$d/L$	$2\pi d/L$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh$	$\cosh$	$n$	$K_s$
.09800	.1392	.8749	.7039	.9908	1.4077	2.790	2.963	.8136	.9344
.09900	.1401	.8803	.7066	.9985	1.4131	2.822	2.994	.8120	.9335
.10000	.1410	.8858	.7093	1.006	1.4187	2.855	3.025	.8103	.9327
.1010	.1419	.8913	.7120	1.014	1.4242	2.888	3.057	.8086	.9319
.1020	.1427	.8967	.7147	1.022	1.4297	2.922	3.088	.8069	.9311
.1030	.1436	.9023	.7173	1.030	1.4354	2.956	3.121	.8052	.9304
.1040	.1445	.9076	.7200	1.037	1.4410	2.990	3.153	.8036	.9297
.1050	.1453	.9130	.7226	1.045	1.4465	3.024	3.185	.8019	.9290
.1060	.1462	.9184	.7252	1.053	1.4523	3.059	3.218	.8003	.9282
.1070	.1470	.9239	.7277	1.061	1.4580	3.094	3.251	.7986	.9276
.1080	.1479	.9293	.7303	1.069	1.4638	3.128	3.284	.7970	.9269
.1090	.1488	.9343	.7327	1.076	1.4692	3.164	3.319	.7954	.9263
.1100	.1496	.9400	.7352	1.085	1.4752	3.201	3.353	.7937	.9257
.1110	.1505	.9456	.7377	1.093	1.4814	3.237	3.388	.7920	.9251
.1120	.1513	.9508	.7402	1.101	1.4871	3.274	3.423	.7904	.9245
.1130	.1522	.9563	.7426	1.109	1.4932	3.312	3.459	.7888	.9239
.1140	.1530	.9616	.7450	1.117	1.4990	3.348	3.494	.7872	.9234
.1150	.1539	.9670	.7474	1.125	1.5051	3.385	3.530	.7856	.9228
.1160	.1547	.9720	.7497	1.133	1.5108	3.423	3.566	.7840	.9223
.1170	.1556	.9775	.7520	1.141	1.5171	3.462	3.603	.7824	.9218
.1180	.1564	.9827	.7543	1.149	1.5230	3.501	3.641	.7808	.9214
.1190	.1573	.9882	.7566	1.157	1.5293	3.540	3.678	.7792	.9209
.1200	.1581	.9936	.7589	1.165	1.5356	3.579	3.716	.7776	.9204
.1210	.1590	.9989	.7612	1.174	1.5418	3.620	3.755	.7760	.9200
.1220	.1598	1.004	.7634	1.182	1.5479	3.659	3.793	.7745	.9196
.1230	.1607	1.010	.7656	1.190	1.5546	3.699	3.832	.7729	.9192
.1240	.1615	1.015	.7678	1.198	1.5605	3.740	3.871	.7713	.9189
.1250	.1624	1.020	.7700	1.207	1.5674	3.782	3.912	.7698	.9186
.1260	.1632	1.025	.7721	1.215	1.5734	3.824	3.952	.7682	.9182
.1270	.1640	1.030	.7742	1.223	1.5795	3.865	3.992	.7667	.9178
.1280	.1649	1.036	.7763	1.231	1.5862	3.907	4.033	.7652	.9175
.1290	.1657	1.041	.7783	1.240	1.5927	3.950	4.074	.7637	.9172
.1300	.1665	1.046	.7804	1.248	1.5990	3.992	4.115	.7621	.9169
.1310	.1674	1.052	.7824	1.257	1.6060	4.036	4.158	.7606	.9166
.1320	.1682	1.057	.7844	1.265	1.6124	4.080	4.201	.7591	.9164
.1330	.1691	1.062	.7865	1.273	1.6191	4.125	4.245	.7575	.9161
.1340	.1699	1.068	.7885	1.282	1.6260	4.169	4.288	.7560	.9158
.1350	.1708	1.073	.7905	1.291	1.633	4.217	4.334	.7545	.9156
.1360	.1716	1.078	.7925	1.300	1.640	4.262	4.378	.7530	.9154
.1370	.1724	1.084	.7945	1.308	1.647	4.309	4.423	.7515	.9152
.1380	.1733	1.089	.7964	1.317	1.654	4.355	4.468	.7500	.9150
.1390	.1741	1.094	.7983	1.326	1.660	4.402	4.514	.7485	.9148
.1400	.1749	1.099	.8002	1.334	1.667	4.450	4.561	.7471	.9146
.1410	.1758	1.105	.8021	1.343	1.675	4.498	4.607	.7456	.9144
.1420	.1766	1.110	.8039	1.352	1.681	4.546	4.654	.7441	.9142
.1430	.1774	1.115	.8057	1.360	1.688	4.595	4.663	.7426	.9141
.1440	.1783	1.120	.8076	1.369	1.696	4.644	4.751	.7412	.9140
.1450	.1791	1.125	.8094	1.378	1.703	4.695	4.800	.7397	.9139
.1460	.1800	1.131	.8112	1.388	1.710	4.746	4.850	.7382	.9137
.1470	.1808	1.136	.8131	1.397	1.718	4.798	4.901	.7368	.9136
.1480	.1816	1.141	.8149	1.405	1.725	4.847	4.951	.7354	.9135
.1490	.1825	1.146	.8166	1.415	1.732	4.901	5.001	.7339	.9134
.1500	.1833	1.152	.8183	1.424	1.740	4.954	5.054	.7325	.9133
.1510	.1841	1.157	.8200	1.433	1.747	5.007	5.106	.7311	.9133
.1520	.1850	1.162	.8217	1.442	1.755	5.061	5.159	.7296	.9132
.1530	.1858	1.167	.8234	1.451	1.762	5.115	5.212	.7282	.9132
.1540	.1866	1.173	.8250	1.460	1.770	5.169	5.265	.7268	.9132
.1550	.1875	1.178	.8267	1.469	1.777	5.225	5.320	.7254	.9131
.1560	.1883	1.183	.8284	1.479	1.785	5.283	5.376	.7240	.9130
.1570	.1891	1.188	.8301	1.488	1.793	5.339	5.432	.7226	.9129
.1580	.1900	1.194	.8317	1.498	1.801	5.398	5.490	.7212	.9130
.1590	.1908	1.199	.8333	1.507	1.809	5.454	5.544	.7198	.9130



TABLA III.1 Valores de las funciones de  $d/L_0$ , según Wiegel ( ref 7)

$d/L_0$	$d/L$	$2\pi d/L$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh$	$\cosh$	$n$	$K_s$
.1600	.1917	1.204	.8349	1.517	1.817	5.513	5.603	.7184	.9130
.1610	.1925	1.209	.8365	1.527	1.825	5.571	5.660	.7171	.9130
.1620	.1933	1.215	.8381	1.536	1.833	5.630	5.718	.7157	.9130
.1630	.1941	1.220	.8396	1.546	1.841	5.690	5.777	.7144	.9130
.1640	.1950	1.225	.8411	1.555	1.849	5.751	5.837	.7130	.9130
.1650	.1958	1.230	.8427	1.565	1.857	5.813	5.898	.7117	.9131
.1660	.1966	1.235	.8442	1.574	1.865	5.874	5.959	.7103	.9132
.1670	.1975	1.240	.8457	1.584	1.873	5.938	6.021	.7090	.9132
.1680	.1983	1.246	.8472	1.594	1.882	6.003	6.085	.7076	.9133
.1690	.1992	1.251	.8486	1.604	1.890	6.066	6.148	.7063	.9133
.1700	.2000	1.257	.8501	1.614	1.899	6.130	6.212	.7050	.9134
.1710	.2008	1.262	.8515	1.624	1.907	6.197	6.275	.7036	.9135
.1720	.2017	1.267	.8529	1.634	1.915	6.262	6.342	.7023	.9136
.1730	.2025	1.272	.8544	1.644	1.924	6.329	6.407	.7010	.9137
.1740	.2033	1.277	.8558	1.654	1.933	6.395	6.473	.6997	.9138
.1750	.2042	1.282	.8572	1.664	1.941	6.465	6.541	.6984	.9139
.1760	.2050	1.288	.8586	1.675	1.951	6.534	6.610	.6971	.9140
.1770	.2058	1.293	.8600	1.685	1.959	6.603	6.679	.6958	.9141
.1780	.2066	1.298	.8614	1.695	1.968	6.672	6.747	.6946	.9142
.1790	.2075	1.304	.8627	1.706	1.977	6.744	6.818	.6933	.9144
.1800	.2083	1.309	.8640	1.716	1.986	6.818	6.891	.6920	.9145
.1810	.2092	1.314	.8653	1.727	1.995	6.890	6.963	.6907	.9146
.1820	.2100	1.320	.8666	1.737	2.004	6.963	7.035	.6895	.9148
.1830	.2108	1.325	.8680	1.748	2.013	7.038	7.109	.6882	.9149
.1840	.2117	1.330	.8693	1.758	2.022	7.113	7.183	.6870	.9150
.1850	.2125	1.335	.8706	1.769	2.032	7.191	7.260	.6857	.9152
.1860	.2134	1.341	.8718	1.780	2.041	7.267	7.336	.6845	.9154
.1870	.2142	1.346	.8731	1.791	2.051	7.345	7.412	.6832	.9155
.1880	.2150	1.351	.8743	1.801	2.060	7.421	7.488	.6820	.9157
.1890	.2159	1.356	.8755	1.812	2.070	7.500	7.566	.6808	.9159
.1900	.2167	1.362	.8767	1.823	2.079	7.581	7.647	.6796	.9161
.1910	.2176	1.367	.8779	1.834	2.089	7.663	7.728	.6784	.9163
.1920	.2184	1.372	.8791	1.845	2.099	7.746	7.810	.6772	.9165
.1930	.2192	1.377	.8803	1.856	2.108	7.827	7.891	.6760	.9167
.1940	.2201	1.383	.8815	1.867	2.118	7.911	7.974	.6748	.9169
.1950	.2209	1.388	.8827	1.879	2.128	7.996	8.059	.6736	.9170
.1960	.2218	1.393	.8839	1.890	2.138	8.083	8.145	.6724	.9172
.1970	.2226	1.399	.8850	1.901	2.148	8.167	8.228	.6712	.9174
.1980	.2234	1.404	.8862	1.913	2.158	8.256	8.316	.6700	.9176
.1990	.2243	1.409	.8873	1.924	2.169	8.346	8.406	.6689	.9179
.2000	.2251	1.414	.8884	1.935	2.178	8.436	8.495	.6677	.9181
.2010	.2260	1.420	.8895	1.947	2.189	8.524	8.583	.6666	.9183
.2020	.2268	1.425	.8906	1.959	2.199	8.616	8.674	.6654	.9186
.2030	.2277	1.430	.8917	1.970	2.210	8.708	8.766	.6642	.9188
.2040	.2285	1.436	.8928	1.982	2.220	8.803	8.860	.6631	.9190
.2050	.2293	1.441	.8939	1.994	2.231	8.897	8.953	.6620	.9193
.2060	.2302	1.446	.8950	2.006	2.242	8.994	9.050	.6608	.9195
.2070	.2310	1.451	.8960	2.017	2.252	9.090	9.144	.6597	.9197
.2080	.2319	1.457	.8971	2.030	2.263	9.187	9.240	.6586	.9200
.2090	.2328	1.462	.8981	2.042	2.274	9.288	9.342	.6574	.9202
.2100	.2336	1.468	.8991	2.055	2.285	9.389	9.442	.6563	.9205
.2110	.2344	1.473	.9001	2.066	2.295	9.490	9.542	.6552	.9207
.2120	.2353	1.479	.9011	2.079	2.307	9.590	9.642	.6541	.9210
.2130	.2361	1.484	.9021	2.091	2.318	9.693	9.744	.6531	.9213
.2140	.2370	1.489	.9031	2.103	2.329	9.796	9.847	.6520	.9215
.2150	.2378	1.494	.9041	2.115	2.340	9.902	9.952	.6509	.9218
.2160	.2387	1.500	.9051	2.128	2.351	10.01	10.06	.6498	.9221
.2170	.2395	1.506	.9061	2.142	2.364	10.12	10.17	.6488	.9223
.2180	.2404	1.511	.9070	2.154	2.375	10.23	10.28	.6477	.9226
.2190	.2412	1.516	.9079	2.166	2.386	10.34	10.38	.6467	.9226
.2200	.2421	1.521	.9088	2.178	2.397	10.45	10.50	.6456	.9231
.2210	.2429	1.526	.9097	2.192	2.409	10.56	10.61	.6446	.9234
.2220	.2438	1.532	.9107	2.204	2.421	10.68	10.72	.6436	.9236



TABLA III.1 Valores de las funciones de  $d/L_0$ , según Wiegel ( ref 7 )

$d/L_0$	$d/L$	$2\pi d/L$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh$	$\cosh$	$n$	$K_g$
.2230	.2446	1.537	.9116	2.218	2.433	10.79	10.84	.6425	.9239
.2240	.2455	1.542	.9125	2.230	2.444	10.91	10.95	.6414	.9242
.2250	.2463	1.548	.9134	2.244	2.457	11.02	11.07	.6404	.9245
.2260	.2472	1.553	.9143	2.257	2.469	11.15	11.19	.6394	.9248
.2270	.2481	1.559	.9152	2.271	2.481	11.27	11.31	.6383	.9251
.2280	.2489	1.564	.9161	2.284	2.493	11.39	11.44	.6373	.9254
.2290	.2498	1.569	.9170	2.297	2.506	11.51	11.56	.6363	.9258
.2300	.2506	1.575	.9178	2.311	2.518	11.64	11.68	.6353	.9261
.2310	.2515	1.580	.9186	2.325	2.531	11.77	11.81	.6343	.9264
.2320	.2523	1.585	.9194	2.338	2.543	11.90	11.93	.6333	.9267
.2330	.2532	1.591	.9203	2.352	2.556	12.03	12.07	.6323	.9270
.2340	.2540	1.596	.9211	2.366	2.569	12.15	12.19	.6313	.9273
.2350	.2549	1.602	.9219	2.380	2.581	12.29	12.33	.6304	.9276
.2360	.2558	1.607	.9227	2.393	2.594	12.43	12.47	.6294	.9279
.2370	.2566	1.612	.9235	2.408	2.607	12.55	12.59	.6284	.9282
.2380	.2575	1.618	.9243	2.422	2.620	12.69	12.73	.6275	.9285
.2390	.2584	1.623	.9251	2.436	2.634	12.83	12.87	.6265	.9288
.2400	.2592	1.629	.9259	2.450	2.647	12.97	13.01	.6256	.9291
.2410	.2601	1.634	.9267	2.464	2.660	13.11	13.15	.6246	.9294
.2420	.2610	1.640	.9275	2.480	2.674	13.26	13.30	.6237	.9298
.2430	.2618	1.645	.9282	2.494	2.687	13.40	13.44	.6228	.9301
.2440	.2627	1.650	.9289	2.508	2.700	13.55	13.59	.6218	.9304
.2450	.2635	1.656	.9296	2.523	2.714	13.70	13.73	.6209	.9307
.2460	.2644	1.661	.9304	2.538	2.728	13.85	13.88	.6200	.9310
.2470	.2653	1.667	.9311	2.553	2.742	14.00	14.04	.6191	.9314
.2480	.2661	1.672	.9318	2.568	2.755	14.15	14.19	.6182	.9317
.2490	.2670	1.678	.9325	2.583	2.770	14.31	14.35	.6173	.9320
.2500	.2679	1.683	.9332	2.599	2.784	14.47	14.51	.6164	.9323
.2510	.2687	1.689	.9339	2.614	2.798	14.62	14.66	.6155	.9327
.2520	.2696	1.694	.9346	2.629	2.813	14.79	14.82	.6146	.9330
.2530	.2705	1.700	.9353	2.645	2.828	14.95	14.99	.6137	.9333
.2540	.2714	1.705	.9360	2.660	2.842	15.12	15.15	.6128	.9336
.2550	.2722	1.711	.9367	2.676	2.856	15.29	15.32	.6120	.9340
.2560	.2731	1.716	.9374	2.691	2.871	15.45	15.49	.6111	.9343
.2570	.2740	1.722	.9381	2.707	2.886	15.63	15.66	.6102	.9346
.2580	.2749	1.727	.9388	2.723	2.901	15.80	15.83	.6093	.9349
.2590	.2757	1.732	.9394	2.739	2.916	15.97	16.00	.6085	.9353
.2600	.2766	1.738	.9400	2.755	2.931	16.15	16.18	.6076	.9356
.2610	.2775	1.744	.9406	2.772	2.946	16.33	16.36	.6068	.9360
.2620	.2784	1.749	.9412	2.788	2.962	16.51	16.54	.6060	.9363
.2630	.2792	1.755	.9418	2.804	2.977	16.69	16.73	.6052	.9367
.2640	.2801	1.760	.9425	2.820	2.992	16.88	16.91	.6043	.9370
.2650	.2810	1.766	.9431	2.837	3.008	17.07	17.10	.6035	.9373
.2660	.2819	1.771	.9437	2.853	3.023	17.26	17.28	.6027	.9377
.2670	.2827	1.776	.9443	2.870	3.039	17.45	17.45	.6018	.9380
.2680	.2836	1.782	.9449	2.886	3.055	17.64	17.67	.6010	.9383
.2690	.2845	1.788	.9455	2.904	3.071	17.84	17.87	.6002	.9386
.2700	.2854	1.793	.9461	2.921	3.088	18.04	18.07	.5994	.9390
.2710	.2863	1.799	.9467	2.938	3.104	18.24	18.27	.5986	.9393
.2720	.2872	1.804	.9473	2.956	3.120	18.46	18.49	.5978	.9396
.2730	.2880	1.810	.9478	2.973	3.136	18.65	18.67	.5971	.9400
.2740	.2889	1.815	.9484	2.990	3.153	18.86	18.89	.5963	.9403
.2750	.2898	1.821	.9490	3.008	3.170	19.07	19.10	.5955	.9406
.2760	.2907	1.826	.9495	3.025	3.186	19.28	19.30	.5947	.9410
.2770	.2916	1.832	.9500	3.043	3.203	19.49	19.51	.5940	.9413
.2780	.2924	1.837	.9505	3.061	3.220	19.71	19.74	.5932	.9416
.2790	.2933	1.843	.9511	3.079	3.237	19.93	19.96	.5925	.9420
.2800	.2942	1.849	.9516	3.097	3.254	20.16	20.18	.5917	.9423
.2810	.2951	1.854	.9521	3.115	3.272	20.39	20.41	.5910	.9426
.2820	.2960	1.860	.9526	3.133	3.289	20.62	20.64	.5902	.9430
.2830	.2969	1.866	.9532	3.152	3.307	20.85	20.87	.5895	.9433
.2840	.2978	1.871	.9537	3.171	3.325	21.09	21.11	.5887	.9436



TABLA III.1 Valores de las funciones de  $d/L_0$ , según Wiegel (ref 7)

$d/L_0$	$d/L$	$2\pi d/L$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh$	$\cosh$	$n$	$K_s$
.2850	.2987	1.877	.9542	3.190	3.343	21.33	21.35	.5880	.9440
.2860	.2996	1.882	.9547	3.209	3.361	21.57	21.59	.5873	.9443
.2870	.3005	1.888	.9552	3.228	3.379	21.82	21.84	.5866	.9446
.2880	.3014	1.893	.9557	3.246	3.396	22.05	22.07	.5859	.9449
.2890	.3022	1.899	.9562	3.264	3.414	22.30	22.32	.5852	.9452
.2900	.3031	1.905	.9567	3.284	3.433	22.54	22.57	.5845	.9456
.2910	.3040	1.910	.9572	3.303	3.451	22.81	22.83	.5838	.9459
.2920	.3049	1.916	.9577	3.323	3.471	23.07	23.09	.5831	.9463
.2930	.3058	1.922	.9581	3.343	3.490	23.33	23.35	.5824	.9466
.2940	.3067	1.927	.9585	3.362	3.508	23.60	23.62	.5817	.9469
.2950	.3076	1.933	.9590	3.382	3.527	23.86	23.88	.5810	.9473
.2960	.3085	1.938	.9594	3.402	3.546	24.12	24.15	.5804	.9476
.2970	.3094	1.944	.9599	3.422	3.565	24.40	24.42	.5797	.9480
.2980	.3103	1.950	.9603	3.442	3.585	24.68	24.70	.5790	.9483
.2990	.3112	1.955	.9607	3.462	3.604	24.96	24.98	.5784	.9486
.3000	.3121	1.961	.9611	3.483	3.624	25.24	25.26	.5777	.9490
.3010	.3130	1.967	.9616	3.503	3.643	25.53	25.55	.5771	.9493
.3020	.3139	1.972	.9620	3.524	3.663	25.82	25.83	.5764	.9496
.3030	.3148	1.978	.9624	3.545	3.683	26.12	26.14	.5758	.9499
.3040	.3157	1.984	.9629	3.566	3.703	26.42	26.44	.5751	.9502
.3050	.3166	1.989	.9633	3.587	3.724	26.72	26.74	.5745	.9505
.3060	.3175	1.995	.9637	3.609	3.745	27.02	27.04	.5739	.9509
.3070	.3184	2.001	.9641	3.630	3.765	27.33	27.35	.5732	.9512
.3080	.3193	2.007	.9645	3.651	3.786	27.65	27.66	.5726	.9515
.3090	.3202	2.012	.9649	3.673	3.806	27.96	27.98	.5720	.9518
.3100	.3211	2.018	.9653	3.694	3.827	28.28	28.30	.5714	.9522
.3110	.3220	2.023	.9656	3.716	3.848	28.60	28.62	.5708	.9525
.3120	.3230	2.029	.9660	3.738	3.870	28.93	28.95	.5701	.9528
.3130	.3239	2.035	.9664	3.760	3.891	29.27	29.28	.5695	.9531
.3140	.3248	2.041	.9668	3.782	3.912	29.60	29.62	.5689	.9535
.3150	.3257	2.046	.9672	3.805	3.934	29.94	29.96	.5683	.9538
.3160	.3266	2.052	.9676	3.828	3.956	30.29	30.31	.5678	.9541
.3170	.3275	2.058	.9679	3.851	3.978	30.64	30.65	.5672	.9544
.3180	.3284	2.063	.9682	3.873	4.000	30.99	31.00	.5666	.9547
.3190	.3294	2.069	.9686	3.896	4.022	31.35	31.37	.5660	.9550
.3200	.3302	2.075	.9690	3.919	4.045	31.71	31.72	.5655	.9553
.3210	.3311	2.081	.9693	3.943	4.068	32.07	32.08	.5649	.9556
.3220	.3321	2.086	.9696	3.966	4.090	32.44	32.46	.5643	.9559
.3230	.3330	2.092	.9700	3.990	4.114	32.83	32.84	.5637	.9562
.3240	.3339	2.098	.9703	4.014	4.136	33.20	33.22	.5632	.9565
.3250	.3349	2.104	.9707	4.038	4.160	33.60	33.61	.5627	.9568
.3260	.3357	2.110	.9710	4.061	4.183	33.97	33.99	.5621	.9571
.3270	.3367	2.115	.9713	4.085	4.206	34.37	34.38	.5616	.9574
.3280	.3376	2.121	.9717	4.110	4.230	34.77	34.79	.5610	.9577
.3290	.3385	2.127	.9720	4.135	4.254	35.18	35.19	.5605	.9580
.3300	.3394	2.133	.9723	4.159	4.277	35.58	35.59	.5599	.9583
.3310	.3403	2.138	.9726	4.184	4.301	35.99	36.00	.5594	.9586
.3320	.3413	2.144	.9729	4.209	4.326	36.42	36.43	.5589	.9589
.3330	.3422	2.150	.9732	4.234	4.350	36.84	36.85	.5584	.9592
.3340	.3431	2.156	.9735	4.259	4.375	37.25	37.27	.5578	.9595
.3350	.3440	2.161	.9738	4.284	4.399	37.70	37.72	.5573	.9598
.3360	.3449	2.167	.9741	4.310	4.424	38.14	38.15	.5568	.9601
.3370	.3459	2.173	.9744	4.336	4.450	38.59	38.60	.5563	.9604
.3380	.3468	2.179	.9747	4.361	4.474	39.02	39.04	.5558	.9607
.3390	.3477	2.185	.9750	4.388	4.500	39.48	39.49	.5553	.9610
.3400	.3486	2.190	.9753	4.413	4.525	39.95	39.96	.5548	.9613
.3410	.3495	2.196	.9756	4.439	4.550	40.40	40.41	.5544	.9615
.3420	.3504	2.202	.9758	4.466	4.576	40.87	40.89	.5539	.9618
.3430	.3514	2.208	.9761	4.492	4.602	41.36	41.37	.5534	.9621
.3440	.3523	2.214	.9764	4.521	4.630	41.85	41.84	.5529	.9623
.3450	.3532	2.220	.9767	4.547	4.656	42.33	42.34	.5524	.9626
.3460	.3542	2.225	.9769	4.575	4.682	42.83	42.84	.5519	.9629
.3470	.3551	2.231	.9772	4.602	4.709	43.34	43.35	.5515	.9632



TABLA III.1 Valores de las funciones de  $d/L_0$ , según Wiegel  
( ref 7 )

$d/L_0$	$d/L$	$2\pi d/L$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh$	$\cosh$	$n$	$K_s$
.3480	.3560	2.237	.9775	4.629	4.736	43.85	43.86	.5510	.9635
.3490	.3570	2.243	.9777	4.657	4.763	44.37	44.40	.5505	.9638
.3500	.3579	2.249	.9780	4.685	4.791	44.89	44.80	.5501	.9640
.3510	.3588	2.255	.9782	4.713	4.818	45.42	45.43	.5496	.9643
.3520	.3598	2.260	.9785	4.741	4.845	45.95	45.96	.5492	.9646
.3530	.3607	2.266	.9787	4.770	4.873	46.50	46.51	.5487	.9648
.3540	.3616	2.272	.9790	4.798	4.901	47.03	47.04	.5483	.9651
.3550	.3625	2.278	.9792	4.827	4.929	47.59	47.60	.5479	.9654
.3560	.3635	2.284	.9795	4.856	4.957	48.15	48.16	.5474	.9657
.3570	.3644	2.290	.9797	4.885	4.987	48.72	48.73	.5470	.9659
.3580	.3653	2.296	.9799	4.914	5.015	49.29	49.30	.5466	.9662
.3590	.3663	2.301	.9801	4.944	5.044	49.88	49.89	.5461	.9665
.3600	.3672	2.307	.9804	4.974	5.072	50.47	50.48	.5457	.9667
.3610	.3682	2.313	.9806	5.004	5.103	51.08	51.09	.5453	.9670
.3620	.3691	2.319	.9808	5.034	5.132	51.67	51.67	.5449	.9673
.3630	.3700	2.325	.9811	5.063	5.161	52.27	52.28	.5445	.9675
.3640	.3709	2.331	.9813	5.094	5.191	52.89	52.90	.5441	.9677
.3650	.3719	2.337	.9815	5.124	5.221	53.52	53.53	.5437	.9680
.3660	.3728	2.342	.9817	5.155	5.251	54.15	54.16	.5433	.9683
.3670	.3737	2.348	.9819	5.186	5.281	54.78	54.79	.5429	.9686
.3680	.3747	2.354	.9821	5.217	5.312	55.42	55.43	.5425	.9688
.3690	.3756	2.360	.9823	5.248	5.343	56.09	56.10	.5421	.9690
.3700	.3766	2.366	.9825	5.280	5.374	56.76	56.77	.5417	.9693
.3710	.3775	2.372	.9827	5.312	5.406	57.43	57.44	.5413	.9696
.3720	.3785	2.378	.9830	5.345	5.438	58.13	58.14	.5409	.9698
.3730	.3794	2.384	.9832	5.377	5.469	58.82	58.83	.5405	.9700
.3740	.3804	2.390	.9834	5.410	5.502	59.52	59.53	.5402	.9702
.3750	.3813	2.396	.9835	5.443	5.534	60.24	60.25	.5398	.9705
.3760	.3822	2.402	.9837	5.475	5.566	60.95	60.95	.5394	.9707
.3770	.3832	2.408	.9839	5.508	5.598	61.68	61.68	.5390	.9709
.3780	.3841	2.413	.9841	5.541	5.631	62.41	62.42	.5387	.9712
.3790	.3850	2.419	.9843	5.572	5.661	63.13	63.14	.5383	.9714
.3800	.3860	2.425	.9845	5.609	5.697	63.90	63.91	.5380	.9717
.3810	.3869	2.431	.9847	5.643	5.731	64.66	64.67	.5376	.9719
.3820	.3879	2.437	.9848	5.677	5.765	65.45	65.46	.5372	.9721
.3830	.3888	2.443	.9850	5.712	5.798	66.20	66.21	.5369	.9724
.3840	.3898	2.449	.9852	5.746	5.833	67.00	67.01	.5365	.9726
.3850	.3907	2.455	.9854	5.780	5.866	67.80	67.81	.5362	.9728
.3860	.3917	2.461	.9855	5.814	5.900	68.61	68.62	.5359	.9730
.3870	.3926	2.467	.9857	5.850	5.935	69.45	69.46	.5355	.9732
.3880	.3936	2.473	.9859	5.886	5.970	70.28	70.29	.5352	.9735
.3890	.3945	2.479	.9860	5.921	6.005	71.12	71.13	.5349	.9737
.3900	.3955	2.485	.9862	5.957	6.040	71.97	71.98	.5345	.9739
.3910	.3964	2.491	.9864	5.993	6.076	72.85	72.86	.5342	.9741
.3920	.3974	2.497	.9865	6.029	6.112	73.72	73.72	.5339	.9743
.3930	.3983	2.503	.9867	6.066	6.148	74.59	74.59	.5336	.9745
.3940	.3993	2.509	.9869	6.103	6.185	75.48	75.48	.5332	.9748
.3950	.4002	2.515	.9870	6.140	6.221	76.40	76.40	.5329	.9750
.3960	.4012	2.521	.9872	6.177	6.258	77.32	77.32	.5326	.9752
.3970	.4021	2.527	.9873	6.215	6.295	78.24	78.24	.5323	.9754
.3980	.4031	2.532	.9874	6.252	6.332	79.19	79.19	.5320	.9756
.3990	.4040	2.538	.9876	6.290	6.369	80.13	80.13	.5317	.9758
.4000	.4050	2.544	.9877	6.329	6.407	81.12	81.12	.5314	.9761
.4010	.4059	2.550	.9879	6.367	6.445	82.08	82.08	.5311	.9763
.4020	.4069	2.556	.9880	6.406	6.483	83.06	83.06	.5308	.9765
.4030	.4078	2.562	.9882	6.444	6.521	84.07	84.07	.5305	.9766
.4040	.4088	2.568	.9883	6.484	6.561	85.11	85.11	.5302	.9768
.4050	.4098	2.575	.9885	6.525	6.601	86.14	86.14	.5299	.9777
.4060	.4107	2.581	.9886	6.564	6.640	87.17	87.17	.5296	.9772
.4070	.4116	2.586	.9887	6.603	6.679	88.20	88.20	.5293	.9774
.4080	.4126	2.592	.9889	6.644	6.718	89.28	89.28	.5290	.9776
.4090	.4136	2.598	.9890	6.684	6.758	90.39	90.39	.5287	.9778



TABLA III.1 Valores de las funciones de  $d/L_0$ , según Wiegel (ref 7)

$d/L_0$	$d/L$	$2\pi d/L$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh$	$\cosh$	$n$	$K_g$
.4100	.4145	2.604	.9891	6.725	6.799	91.44	91.44	.5285	.9780
.4110	.4155	2.610	.9892	6.766	6.839	92.55	92.55	.5282	.9782
.4120	.4164	2.616	.9894	6.806	6.879	93.67	93.67	.5279	.9784
.4130	.4174	2.623	.9895	6.849	6.921	94.83	94.83	.5277	.9786
.4140	.4183	2.629	.9896	6.890	6.963	95.96	95.96	.5274	.9788
.4150	.4193	2.635	.9898	6.932	7.004	97.13	97.13	.5271	.9790
.4160	.4203	2.641	.9899	6.974	7.046	98.30	98.30	.5269	.9792
.4170	.4212	2.647	.9900	7.018	7.088	99.52	99.52	.5266	.9794
.4180	.4222	2.653	.9901	7.060	7.130	100.7	100.7	.5263	.9795
.4190	.4231	2.659	.9902	7.102	7.173	101.9	101.9	.5261	.9797
.4200	.4241	2.665	.9904	7.146	7.215	103.1	103.1	.5258	.9798
.4210	.4251	2.671	.9905	7.190	7.259	104.4	104.4	.5256	.9800
.4220	.4260	2.677	.9906	7.234	7.303	105.7	105.7	.5253	.9802
.4230	.4270	2.683	.9907	7.279	7.349	107.0	107.0	.5251	.9804
.4240	.4280	2.689	.9908	7.325	7.392	108.3	108.3	.5248	.9806
.4250	.4289	2.695	.9909	7.371	7.438	109.7	109.7	.5246	.9808
.4260	.4298	2.701	.9910	7.412	7.479	110.9	110.9	.5244	.9810
.4270	.4308	2.707	.9911	7.457	7.524	112.2	112.2	.5241	.9811
.4280	.4318	2.713	.9912	7.503	7.570	113.6	113.6	.5239	.9812
.4290	.4328	2.719	.9913	7.550	7.616	115.0	115.0	.5237	.9814
.4300	.4337	2.725	.9914	7.595	7.661	116.4	116.4	.5234	.9816
.4310	.4347	2.731	.9915	7.642	7.707	117.8	117.8	.5232	.9818
.4320	.4356	2.737	.9916	7.688	7.753	119.2	119.2	.5230	.9819
.4330	.4366	2.743	.9917	7.735	7.800	120.7	120.7	.5227	.9821
.4340	.4376	2.749	.9918	7.783	7.847	122.2	122.2	.5225	.9823
.4350	.4385	2.755	.9919	7.831	7.895	123.7	123.7	.5223	.9824
.4360	.4395	2.762	.9920	7.880	7.943	125.2	125.2	.5221	.9826
.4370	.4405	2.768	.9921	7.922	7.991	126.7	126.7	.5218	.9828
.4380	.4414	2.774	.9922	7.975	8.035	128.3	128.3	.5216	.9829
.4390	.4424	2.780	.9923	8.026	8.088	129.9	129.9	.5214	.9830
.4400	.4434	2.786	.9924	8.075	8.136	131.4	131.4	.5212	.9832
.4410	.4443	2.792	.9925	8.124	8.185	133.0	133.0	.5210	.9833
.4420	.4453	2.798	.9926	8.175	8.236	134.7	134.7	.5208	.9835
.4430	.4463	2.804	.9927	8.228	8.285	136.3	136.3	.5206	.9836
.4440	.4472	2.810	.9928	8.274	8.334	137.9	137.9	.5204	.9838
.4450	.4482	2.816	.9929	8.326	8.387	139.6	139.6	.5202	.9839
.4460	.4492	2.822	.9930	8.379	8.438	141.4	141.4	.5200	.9841
.4470	.4501	2.828	.9930	8.427	8.486	143.1	143.1	.5198	.9843
.4480	.4511	2.834	.9931	8.481	8.540	144.8	144.8	.5196	.9844
.4490	.4521	2.840	.9932	8.532	8.590	146.6	146.6	.5194	.9846
.4500	.4531	2.847	.9933	8.585	8.643	148.4	148.4	.5192	.9847
.4510	.4540	2.853	.9934	8.638	8.695	150.2	150.2	.5190	.9848
.4520	.4550	2.859	.9935	8.693	8.750	152.1	152.1	.5188	.9849
.4530	.4560	2.865	.9935	8.747	8.804	154.0	154.0	.5186	.9851
.4540	.4569	2.871	.9936	8.797	8.854	155.9	155.9	.5184	.9852
.4550	.4579	2.877	.9937	8.853	8.910	157.7	157.7	.5182	.9853
.4560	.4589	2.883	.9938	8.910	8.965	159.7	159.7	.5181	.9855
.4570	.4599	2.890	.9938	8.965	9.021	161.7	161.7	.5179	.9857
.4580	.4608	2.896	.9939	9.016	9.072	163.6	163.6	.5177	.9858
.4590	.4618	2.902	.9940	9.074	9.129	165.6	165.6	.5175	.9859
.4600	.4628	2.908	.9941	9.132	9.186	167.7	167.7	.5173	.9860
.4610	.4637	2.914	.9941	9.183	9.238	169.7	169.7	.5172	.9862
.4620	.4647	2.920	.9942	9.242	9.296	171.8	171.8	.5170	.9863
.4630	.4657	2.926	.9943	9.301	9.354	173.9	173.9	.5168	.9864
.4640	.4666	2.932	.9944	9.353	9.406	176.0	176.0	.5167	.9865
.4650	.4676	2.938	.9944	9.413	9.466	178.2	178.2	.5165	.9867
.4660	.4686	2.944	.9945	9.472	9.525	180.4	180.4	.5163	.9868
.4670	.4695	2.951	.9946	9.533	9.585	182.6	182.6	.5162	.9869
.4680	.4705	2.957	.9946	9.586	9.638	184.8	184.8	.5160	.9871
.4690	.4715	2.963	.9947	9.647	9.699	187.2	187.2	.5158	.9872
.4700	.4725	2.969	.9947	9.709	9.760	189.5	189.5	.5157	.9873
.4710	.4735	2.975	.9948	9.770	9.821	191.8	191.8	.5155	.9874
.4720	.4744	2.981	.9949	9.826	9.877	194.2	194.2	.5154	.9875



TABLA III.1 Valores de las funciones de  $d/L_0$ , según Wiegel ( ref 7 )

$d/L_0$	$d/L$	$2\pi d/L$	$\frac{\text{tanh}}{2\pi d/L}$	$\frac{\text{senh}}{2\pi d/L}$	$\frac{\text{cosh}}{2\pi d/L}$	senh	cosh	n	$K_s$
.4730	.4754	2.987	.9949	9.888	9.938	196.5	196.5	.5152	.9876
.4740	.4764	2.993	.9950	9.951	10.00	199.0	199.0	.5150	.9877
.4750	.4774	2.999	.9951	10.01	10.07	201.4	201.4	.5149	.9878
.4760	.4783	3.005	.9951	10.07	10.12	203.9	203.9	.5147	.9880
.4770	.4793	3.012	.9952	10.13	10.18	206.5	206.5	.5146	.9881
.4780	.4803	3.018	.9952	10.20	10.25	209.0	209.0	.5144	.9882
.4790	.4813	3.024	.9953	10.26	10.31	211.7	211.7	.5143	.9883
.4800	.4822	3.030	.9953	10.32	10.37	214.2	214.2	.5142	.9885
.4810	.4832	3.036	.9954	10.39	10.43	216.8	216.8	.5140	.9886
.4820	.4842	3.042	.9955	10.45	10.50	219.5	219.5	.5139	.9887
.4830	.4852	3.049	.9955	10.52	10.57	222.2	222.2	.5137	.9888
.4840	.4862	3.055	.9956	10.59	10.63	225.0	225.0	.5136	.9889
.4850	.4871	3.061	.9956	10.65	10.69	228.3	228.3	.5134	.9890
.4860	.4881	3.067	.9957	10.71	10.76	230.6	230.6	.5133	.9891
.4870	.4891	3.073	.9957	10.78	10.83	233.5	233.5	.5132	.9892
.4880	.4901	3.079	.9958	10.85	10.90	236.4	236.4	.5130	.9893
.4890	.4911	3.086	.9958	10.92	10.96	239.6	239.6	.5129	.9895
.4900	.4920	3.092	.9959	10.99	11.03	242.3	242.3	.5128	.9896
.4910	.4930	3.098	.9959	11.05	11.09	245.2	245.2	.5126	.9897
.4920	.4940	3.104	.9960	11.12	11.16	248.3	248.3	.5125	.9898
.4930	.4950	3.110	.9960	11.19	11.24	251.3	251.3	.5124	.9899
.4940	.4960	3.117	.9961	11.26	11.31	254.5	254.5	.5122	.9899
.4950	.4969	3.122	.9961	11.32	11.37	257.6	257.6	.5121	.9900
.4960	.4979	3.128	.9962	11.40	11.44	260.8	260.8	.5120	.9901
.4970	.4989	3.135	.9962	11.47	11.51	264.0	264.0	.5119	.9902
.4980	.4999	3.141	.9963	11.54	11.59	267.3	267.3	.5118	.9903
.4990	.5009	3.147	.9963	11.61	11.65	270.6	270.6	.5116	.9904
.5000	.5018	3.153	.9964	11.68	11.72	274.0	274.0	.5115	.9905
.5010	.5028	3.159	.9964	11.75	11.80	277.5	277.5	.5114	.9906
.5020	.5038	3.166	.9964	11.83	11.87	280.8	280.8	.5113	.9907
.5030	.5048	3.172	.9965	11.91	11.95	284.3	284.3	.5112	.9908
.5040	.5058	3.178	.9965	11.98	12.02	287.9	287.9	.5110	.9909
.5050	.5067	3.184	.9966	12.05	12.09	291.4	291.4	.5109	.9909
.5060	.5077	3.190	.9966	12.12	12.16	295.0	295.0	.5108	.9910
.5070	.5087	3.196	.9967	12.20	12.24	298.7	298.7	.5107	.9911
.5080	.5097	3.203	.9967	12.28	12.32	302.4	302.4	.5106	.9912
.5090	.5107	3.209	.9968	12.35	12.39	306.2	306.2	.5105	.9913
.5100	.5117	3.215	.9968	12.43	12.47	310.0	310.0	.5104	.9914
.5110	.5126	3.221	.9968	12.50	12.54	313.8	313.8	.5103	.9915
.5120	.5136	3.227	.9969	12.58	12.62	317.7	317.7	.5102	.9915
.5130	.5146	3.233	.9969	12.66	12.70	321.7	321.7	.5101	.9916
.5140	.5156	3.240	.9970	12.74	12.78	325.7	325.7	.5100	.9917
.5150	.5166	3.246	.9970	12.82	12.86	329.7	329.7	.5098	.9918
.5160	.5176	3.252	.9970	12.90	12.94	333.8	333.8	.5097	.9919
.5170	.5185	3.258	.9971	12.98	13.02	337.9	337.9	.5096	.9919
.5180	.5195	3.264	.9971	13.06	13.10	342.2	342.2	.5095	.9920
.5190	.5205	3.270	.9971	13.14	13.18	346.4	346.4	.5094	.9921
.5200	.5215	3.277	.9972	13.22	13.26	350.7	350.7	.5093	.9922
.5210	.5225	3.283	.9972	13.31	13.35	355.1	355.1	.5092	.9923
.5220	.5235	3.289	.9972	13.39	13.43	359.6	359.6	.5092	.9924
.5230	.5244	3.295	.9973	13.47	13.51	364.0	364.0	.5091	.9924
.5240	.5254	3.301	.9973	13.55	13.59	368.5	368.5	.5090	.9925
.5250	.5264	3.308	.9973	13.64	13.68	373.1	373.1	.5089	.9926
.5260	.5274	3.314	.9974	13.73	13.76	377.8	377.8	.5088	.9927
.5270	.5284	3.320	.9974	13.81	13.85	382.5	382.5	.5087	.9927
.5280	.5294	3.326	.9974	13.90	13.94	387.3	387.3	.5086	.9928
.5290	.5304	3.333	.9975	13.99	14.02	392.2	392.2	.5085	.9929
.5300	.5314	3.339	.9975	14.07	14.10	397.0	397.0	.5084	.9930
.5310	.5323	3.345	.9975	14.16	14.19	402.0	402.0	.5083	.9931
.5320	.5333	3.351	.9976	14.25	14.28	406.9	406.9	.5082	.9931
.5330	.5343	3.357	.9976	14.34	14.37	412.0	412.0	.5082	.9932
.5340	.5353	3.363	.9976	14.43	14.46	417.2	417.2	.5081	.9933
.5350	.5363	3.370	.9976	14.52	14.55	422.4	422.4	.5080	.9933



TABLA III.1 Valores de las funciones de  $d/L_0$ , según Wiegel ( ref 7)

$d/L_0$	$d/L$	$2\pi d/L$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh$	$\cosh$	$n$	$K_s$
.5360	.5373	3.376	.9977	14.61	14.64	427.7	427.7	.5079	.9934
.5370	.5383	3.382	.9977	14.70	14.73	433.1	433.1	.5078	.9935
.5380	.5393	3.388	.9977	14.79	14.82	438.5	438.5	.5077	.9935
.5390	.5402	3.394	.9977	14.88	14.91	444.0	444.0	.5077	.9936
.5400	.5412	3.401	.9978	14.97	15.01	449.5	449.5	.5076	.9936
.5410	.5422	3.407	.9978	15.07	15.10	455.1	455.1	.5075	.9937
.5420	.5432	3.413	.9978	15.16	15.19	460.7	460.7	.5074	.9938
.5430	.5442	3.419	.9979	15.25	15.29	466.4	466.4	.5073	.9938
.5440	.5452	3.426	.9979	15.35	15.38	472.2	472.2	.5073	.9939
.5450	.5461	3.432	.9979	15.45	15.48	478.1	478.1	.5072	.9940
.5460	.5471	3.438	.9979	15.54	15.58	484.3	484.3	.5071	.9941
.5470	.5481	3.444	.9980	15.64	15.67	490.3	490.3	.5070	.9941
.5480	.5491	3.450	.9980	15.74	15.77	496.4	496.4	.5070	.9942
.5490	.5501	3.456	.9980	15.84	15.87	502.5	502.5	.5069	.9942
.5500	.5511	3.463	.9980	15.94	15.97	508.7	508.7	.5068	.9942
.5510	.5521	3.469	.9981	16.04	16.07	515.0	515.0	.5067	.9942
.5520	.5531	3.475	.9981	16.14	16.17	521.6	521.6	.5067	.9943
.5530	.5541	3.481	.9981	16.24	16.27	528.1	528.1	.5066	.9944
.5540	.5551	3.488	.9981	16.34	16.37	534.8	534.8	.5066	.9944
.5550	.5560	3.494	.9982	16.44	16.47	541.4	541.4	.5065	.9945
.5560	.5570	3.500	.9982	16.54	16.57	548.1	548.1	.5064	.9945
.5570	.5580	3.506	.9982	16.65	16.68	554.9	554.9	.5063	.9946
.5580	.5590	3.512	.9982	16.75	16.78	562.0	562.0	.5063	.9947
.5590	.5600	3.519	.9982	16.85	16.88	569.1	569.1	.5062	.9947
.5600	.5610	3.525	.9983	16.96	16.99	576.1	576.1	.5061	.9947
.5610	.5620	3.531	.9983	17.06	17.09	583.3	583.3	.5061	.9948
.5620	.5630	3.537	.9983	17.17	17.20	590.7	590.7	.5060	.9949
.5630	.5640	3.543	.9983	17.28	17.31	598.0	598.0	.5059	.9949
.5640	.5649	3.550	.9984	17.38	17.41	605.0	605.0	.5059	.9950
.5650	.5659	3.556	.9984	17.49	17.52	613.2	613.2	.5058	.9950
.5660	.5669	3.562	.9984	17.60	17.63	620.8	620.8	.5057	.9951
.5670	.5679	3.568	.9984	17.71	17.74	628.5	628.5	.5057	.9951
.5680	.5689	3.575	.9984	17.82	17.85	636.4	636.4	.5056	.9952
.5690	.5699	3.581	.9985	17.94	17.97	644.3	644.3	.5056	.9952
.5700	.5709	3.587	.9985	18.05	18.08	652.4	652.4	.5055	.9953
.5710	.5719	3.593	.9985	18.16	18.19	660.5	660.5	.5054	.9953
.5720	.5729	3.600	.9985	18.28	18.31	668.8	668.8	.5054	.9954
.5730	.5738	3.606	.9985	18.39	18.42	677.2	677.2	.5053	.9954
.5740	.5748	3.612	.9985	18.50	18.53	685.6	685.6	.5053	.9955
.5750	.5758	3.618	.9986	18.62	18.64	694.3	694.3	.5052	.9955
.5760	.5768	3.624	.9986	18.73	18.76	703.2	703.2	.5052	.9956
.5770	.5778	3.630	.9986	18.85	18.88	711.9	711.9	.5051	.9956
.5780	.5788	3.637	.9986	18.97	19.00	720.8	720.8	.5051	.9957
.5790	.5798	3.643	.9986	19.09	19.12	729.9	729.9	.5050	.9957
.5800	.5808	3.649	.9987	19.21	19.24	739.0	739.0	.5049	.9957
.5810	.5818	3.656	.9987	19.33	19.36	748.1	748.1	.5049	.9955
.5820	.5828	3.662	.9987	19.45	19.48	757.5	757.5	.5048	.9958
.5830	.5838	3.668	.9987	19.58	19.60	767.0	767.0	.5048	.9959
.5840	.5848	3.674	.9987	19.70	19.73	776.7	776.7	.5047	.9959
.5850	.5858	3.680	.9987	19.81	19.84	786.5	786.5	.5047	.9960
.5860	.5867	3.686	.9987	19.94	19.96	796.4	796.4	.5046	.9960
.5870	.5877	3.693	.9988	20.06	20.09	806.5	806.5	.5046	.9960
.5880	.5887	3.699	.9988	20.19	20.21	816.5	816.5	.5045	.9961
.5890	.5897	3.705	.9988	20.32	20.34	826.7	826.7	.5045	.9961
.5900	.5907	3.712	.9988	20.45	20.47	837.1	837.1	.5044	.9962
.5910	.5917	3.718	.9988	20.57	20.60	847.6	847.6	.5044	.9962
.5920	.5927	3.724	.9988	20.70	20.73	858.2	858.2	.5043	.9963
.5930	.5937	3.730	.9989	20.83	20.86	868.9	868.9	.5043	.9963
.5940	.5947	3.737	.9989	20.97	20.99	879.8	879.8	.5043	.9963
.5950	.5957	3.743	.9989	21.10	21.12	890.8	890.8	.5042	.9964
.5960	.5967	3.749	.9989	21.23	21.25	901.9	901.9	.5042	.9964
.5970	.5977	3.755	.9989	21.35	21.37	913.4	913.4	.5041	.9964
.5980	.5987	3.761	.9989	21.49	21.51	925.0	925.0	.5041	.9965



A.III

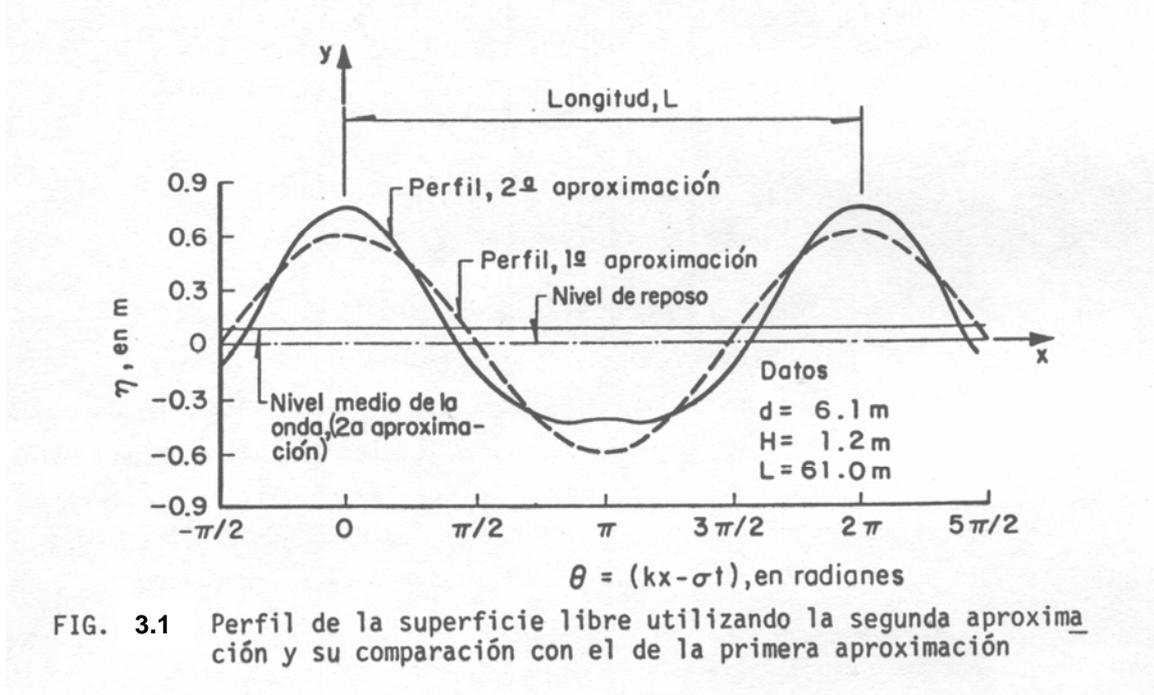
TABLA III.1 Valores de las funciones de  $d/L_0$ , según Wiegel ( ref 7)

$d/L_0$	$d/L$	$2\pi d/L$	$\tanh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh \frac{2\pi d}{L}$	$\cosh \frac{2\pi d}{L}$	$\sinh$	$\cosh$	$n$	$K_s$
.5990	.5996	3.767	.9989	21.62	21.64	936.5	936.5	.5040	.9965
.6000	.6006	3.774	.9990	21.76	21.78	948.1	948.1	.5040	.9965
.6100	.6106	3.836	.9991	23.17	23.19	1,074	1,074	.5036	.9969
.6200	.6205	3.899	.9992	24.66	24.68	1,217	1,217	.5032	.9972
.6300	.6305	3.961	.9993	26.25	26.27	1,379	1,379	.5029	.9975
.6400	.6404	4.024	.9994	27.95	27.97	1,527	1,527	.5026	.9977
.6500	.6504	4.086	.9994	29.75	29.77	1,771	1,771	.5023	.9980
.6600	.6603	4.149	.9995	31.68	31.69	2,008	2,008	.5021	.9982
.6700	.6703	4.212	.9996	33.73	33.74	2,275	2,275	.5019	.9983
.6800	.6803	4.274	.9996	35.90	35.92	2,579	2,579	.5017	.9985
.6900	.6902	4.337	.9997	38.23	38.24	2,923	2,923	.5015	.9987
.7000	.7002	4.400	.9997	40.71	40.72	3,314	3,314	.5013	.9988
.7100	.7102	4.462	.9997	43.34	43.35	3,757	3,757	.5012	.9989
.7200	.7202	4.525	.9998	46.14	46.15	4,258	4,258	.5011	.9990
.7300	.7302	4.588	.9998	49.13	49.14	4,828	4,828	.5010	.9991
.7400	.7401	4.650	.9998	52.31	52.32	5,473	5,473	.5009	.9992
.7500	.7501	4.713	.9998	55.70	55.71	6,204	6,204	.5008	.9993
.7600	.7601	4.776	.9999	59.30	59.31	7,034	7,034	.5007	.9994
.7700	.7701	4.839	.9999	63.15	63.16	7,976	7,976	.5006	.9995
.7800	.7801	4.902	.9999	67.24	67.25	9,042	9,042	.5005	.9996
.7900	.7901	4.964	.9999	71.60	71.60	10,250	10,250	.5005	.9996
.8000	.8001	5.027	.9999	76.24	76.24	11,620	11,620	.5004	.9996
.8100	.8101	5.090	.9999	81.19	81.19	13,180	13,180	.5004	.9996
.8200	.8201	5.153	.9999	86.44	86.44	14,940	14,940	.5003	.9997
.8300	.8301	5.215	.9999	92.05	92.05	17,340	17,340	.5003	.9997
.8400	.8400	5.278	1.000	98.01	98.01	19,210	19,210	.5003	.9997
.8500	.8500	5.341	1.000	104.4	104.4	21,780	21,780	.5002	.9998
.8600	.8600	5.404	1.000	111.1	111.1	24,690	24,690	.5002	.9998
.8700	.8700	5.467	1.000	118.3	118.3	28,000	28,000	.5002	.9998
.8800	.8800	5.529	1.000	126.0	126.0	31,750	31,750	.5002	.9998
.8900	.8900	5.592	1.000	134.2	134.2	36,000	36,000	.5002	.9998
.9000	.9000	5.655	1.000	142.9	142.9	40,810	40,810	.5001	.9999
.9100	.9100	5.718	1.000	152.1	152.1	46,280	46,280	.5001	.9999
.9200	.9200	5.781	1.000	162.0	162.0	52,470	52,470	.5001	.9999
.9300	.9300	5.844	1.000	172.5	172.5	59,500	59,500	.5001	.9999
.9400	.9400	5.906	1.000	183.7	183.7	67,470	67,470	.5001	.9999
.9500	.9500	5.969	1.000	195.6	195.6	76,490	76,490	.5001	.9999
.9600	.9600	6.032	1.000	203.5	203.5	86,740	86,740	.5001	.9999
.9700	.9700	6.095	1.000	222.8	222.8	98,350	98,350	.5001	.9999
.9800	.9800	6.158	1.000	236.1	236.1	111,500	111,500	.5001	.9999
.9900	.9900	6.220	1.000	251.4	251.4	126,500	126,500	.5000	1.000
1.000	1.000	6.283	1.000	267.7	267.7	143,400	143,400	.5000	1.000



### 3. MECÁNICA DE LA ONDA II. Ondas de Amplitud Finita o Segunda Aproximación de Stockes

En aguas intermedias y someras el desplazamiento de las partículas líquidas no se realiza formando trayectorias cerradas, ya que existe un pequeño desplazamiento en la dirección de la onda, que originan el transporte de masa líquida, en este caso los niveles de reposo y medio de la onda no coinciden, ya que se presenta un incremento del segundo con respecto al primero, debido a la presencia del fondo marino, que empieza a afectar el movimiento del oleaje. Por lo antes expuesto se usa la segunda aproximación de Stockes que consiste en sumar dos ondas Senoidales con periodos  $T$  y  $T/2$ , cresta con pendientes más pronunciadas y valle más plano, como se puede ver en la figura 3.1.



#### 3.1 CARACTERÍSTICAS DEL OLEAJE:

- 1), 2), 3). **Periodo, Longitud y Celeridad.** No varían.
- 4). **Perfil de la superficie libre del agua.** ( $\eta$ )

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \sigma) + \frac{kH^2}{16} \frac{[\cosh(kd)][2 + \cosh(2kd)]}{\sinh^3(kd)} \cos[2(kx - \sigma)] \quad (3.1)$$

Como se observa en la figura 3.1, el nivel medio de la onda está por encima del nivel de reposo, es decir no coinciden como en la primera aproximación, por lo que dicho desnivel se puede calcular según la siguiente fórmula:



$$\Delta y = \frac{kH^2}{8} \coth(kd) \quad (3.2)$$

### 5). Velocidades Orbitales de las partículas.

$$u = \frac{H\sigma}{2} \frac{\cosh[k(d+y)]}{\sinh(kd)} \cos(kx - \sigma t) + \frac{3\sigma kH^2}{16} * \frac{\cosh[2k(d+y)]}{\sinh^4(kd)} \cos[2(kx - \sigma t)] \quad (3.3)$$

$$v = \frac{H\sigma}{2} \frac{\sinh[k(d+y)]}{\sinh(kd)} \sin(kx - \sigma t) + \frac{3\sigma kH^2}{16} * \frac{\sinh[2k(d+y)]}{\sinh^4(kd)} \sin[2(kx - \sigma t)] \quad (3.4)$$

### 6). Desplazamiento de las partículas.

$$\xi = -\frac{H}{2} \frac{\cosh[k(d+y)]}{\sinh(kd)} \sin(kx - \sigma t) + \frac{kH^2}{16[\sinh^2(kd)]} * \left[ 1 - \frac{3}{2} \frac{\sinh[2k(d+y)]}{\sinh(kd)} \right] \sin[2(kx - \sigma t)] + \frac{\sigma kH^2}{8} * \frac{\cosh[2k(d+y)]}{\sinh^2(kd)} t \quad (3.5)$$

$$\zeta = \frac{H\sinh[k(d+y)]}{2\sinh(kd)} \cos(kx - \sigma t) + \frac{3kH^2}{32} \frac{\sinh[2k(d+y)]}{\sinh^4(kd)} * \cos[2(kx - \sigma t)] + \frac{kH^2}{16} \frac{\sinh[2k(d+y)]}{\sinh^2(kd)} \quad (3.6)$$

En las ecuaciones anteriores los últimos términos de cada una toman en cuenta el desplazamiento de masa y diferencia de niveles respectivamente.

7). **Transporte de masa.** El último término de  $\xi$  es el desplazamiento de la masa, por lo que dividiendo entre "t" se obtiene el transporte de masa, que es la velocidad con que se desplazan las partículas en aguas intermedias y someras:

$$U = \frac{\sigma kH^2}{8} \frac{\cosh[2k(d+y)]}{\sinh^2(kd)} \quad (3.7)$$

Para aguas profundas:

$$U_o = \frac{\pi^2}{2LoT} e^{\left(\frac{4*\pi*y}{L_0}\right)} \quad (3.8)$$

## INGENIERÍA DE COSTAS



La velocidad promedio se puede calcular como:

$$\bar{U} = \frac{\pi H^2}{4Td} \frac{1}{\tanh(kd)} \quad (3.9)$$

De acuerdo a lo anterior el gasto unitario es:

$$q = \frac{\pi H^2}{4T} \frac{1}{\tanh(kd)} (m^3 / s - m) \quad (3.10)$$

**8.- Movimiento de las partículas.** Por la complejidad de las ecuaciones con que se define el movimiento de las partículas líquidas al paso de una onda, con la segunda aproximación de Stockes, no se utilizarán en el curso.

**9.- Distribución de presiones.**

$$p = -\gamma * y + \frac{\gamma * H}{2} \frac{\cosh[k(d + y)]}{\cosh(kd)} \cos(kx - \sigma t) + \frac{3\gamma k H^2}{16} \frac{\tanh(kd)}{\sinh^2(kd)} \left\langle \frac{\cosh[2k(d + y)]}{\sinh^2(kd)} - \frac{1}{3} \right\rangle \cos[2(kx - \sigma)] - \frac{\gamma k H^2}{16} \frac{\tanh(kd)}{\sinh^2(kd)} \langle \cos[2k(d + y)] - 1 \rangle \quad (3.11)$$

10), 11), 12). **Energía, Potencia y Celeridad de grupo.** Se calculan de la misma forma que en la primera aproximación.

## 3.2 TEORÍA DE LAS ONDAS CNOIDALES

3.2.1 Características de ondas cnoidales:

1). **Perfil de la Superficie libre del agua:**

$$\eta = \frac{16d}{3L^2} K(k)[K(k) - E(k)] + \left(1 - \frac{H}{d}\right) + HCn^2 \left[ 2K(k) \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \right] \quad (3.12)$$

ó

$$\eta = Zt + HCn^2 \left[ 2K(k) \left( \frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \right] \quad (3.13)$$

Donde:

$$\mathbf{\&O} = \frac{16d}{3L^2} K(k)[K(k) - E(k)] + \left(1 - \frac{H}{d}\right) \quad (3.14)$$

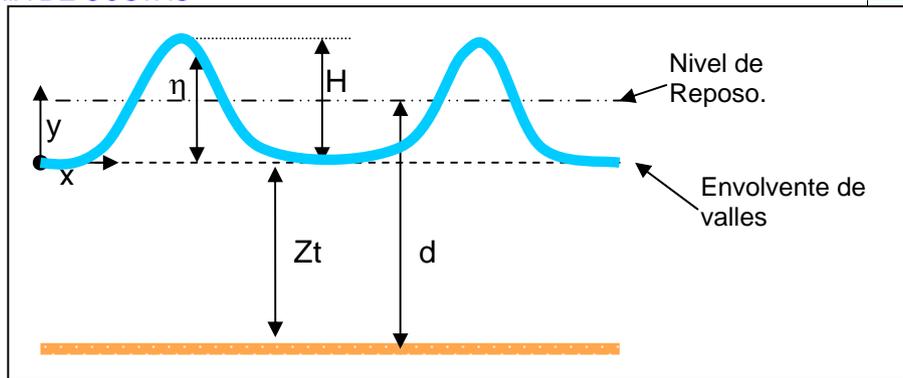


FIG. 3.2

2). Longitud:

$$L = \left( 16 \frac{d^3}{3H} \right)^{\frac{1}{2}} K(k)k \quad (3.15)$$

3). Período

$$T = \left[ \frac{d16Zt}{g3H} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{d}{Zt} \frac{kK(k)}{\left[ 1 + \frac{H}{Ztk^2} \left\{ \frac{1}{2} - E \frac{k}{K(k)} \right\} \right]} \quad (3.16)$$

4.- Celeridad.  $C = L/T$  (3.17)

5.- Presión.  $p = \gamma(\eta + Zt)$  (3.18)

Donde:

$Z_t$  = distancia del valle al fondo del mar, que se calcula por medio de la fórmula siguiente:

$$Z_t = \frac{16d}{3L^2} K(k)[K(k) - E(k)] + \left( 1 - \frac{H}{d} \right) \quad (3.19)$$

$C_n$  ( $\tilde{n}$ ) = función coseno elíptico del argumento  $\tilde{n}$ .

$K(k)$  y  $E(k)$  = primera y segunda integral elíptica perfecta de Jacobi, que se pueden calcular como:

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{(1 - k \sin^2 x)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.20)$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} (1 - k \sin^2 x)^{\frac{1}{2}} dx \quad (3.21)$$

$k$  = No tiene un significado físico y su valor varía entre 0 y 1.

La condición límite de la altura de la onda es  $H_{\text{máx}} = 0.73 z_t$ .

## INGENIERÍA DE COSTAS



Para mayor facilidad en la obtención de los parámetros antes mencionado, se pueden utilizar las gráficas que relacionan las variables de las ecuaciones de la teoría cnoidal, las cuales son:

Fig. 3.3.- Relaciona a  $k^2$ ,  $H/d$  y  $T (g/d)^{1/2}$

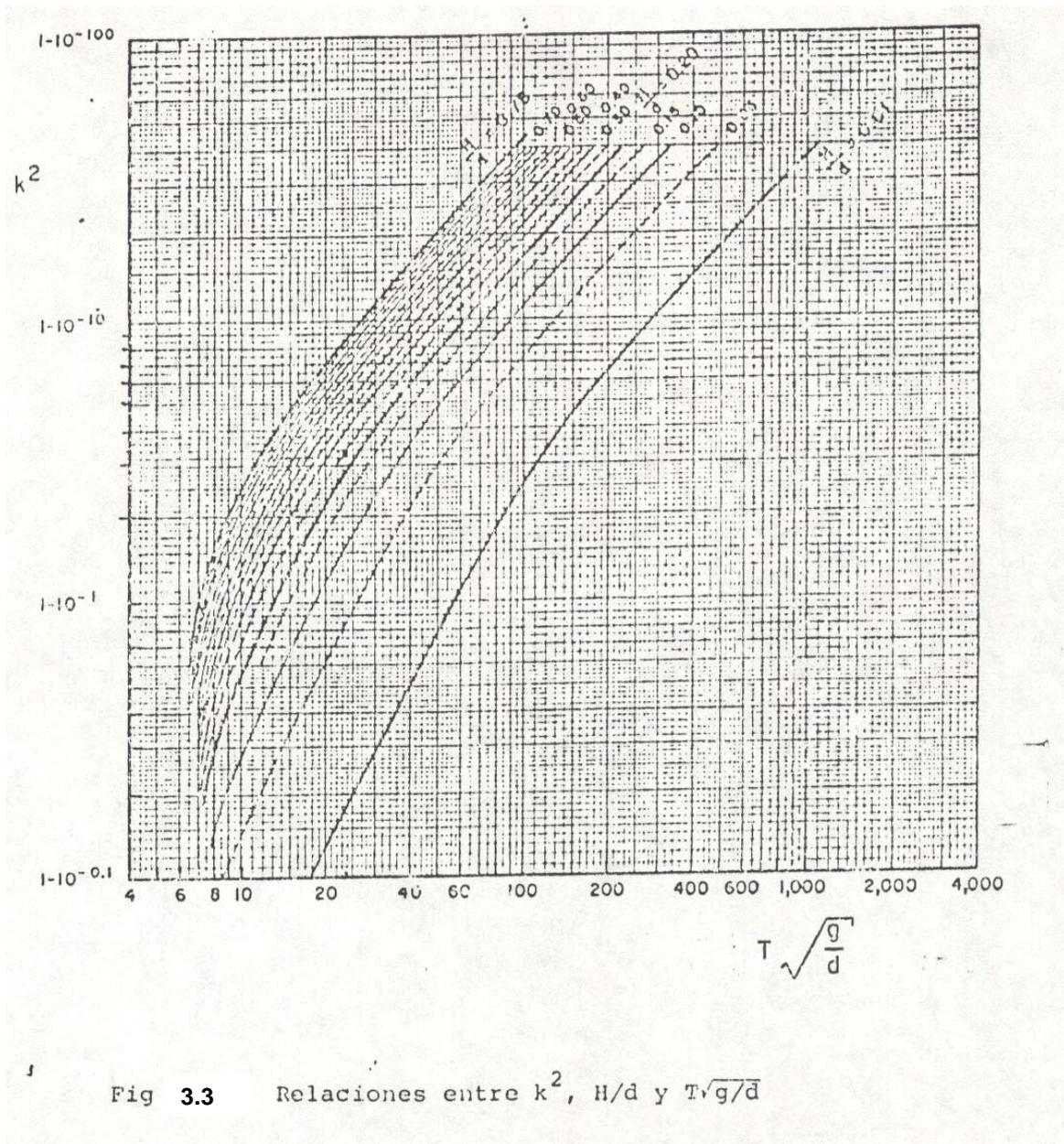
Fig. 3.4.- Relaciona a  $k^2$ ,  $L^2H/d^3$

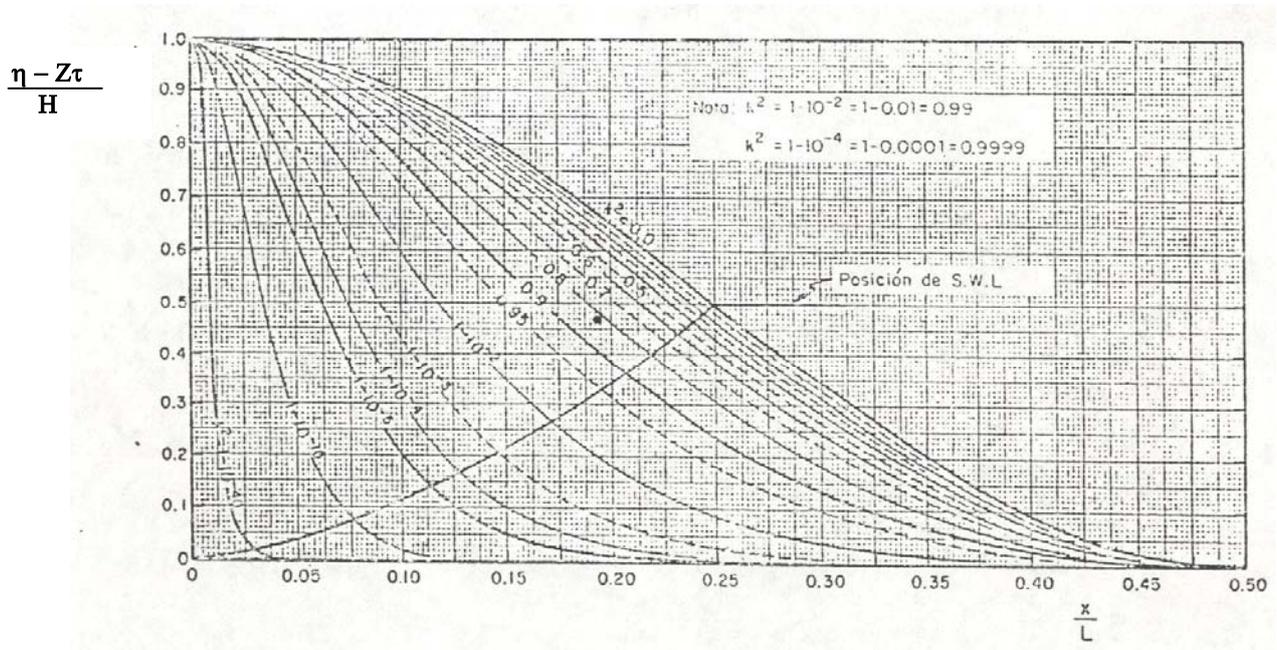
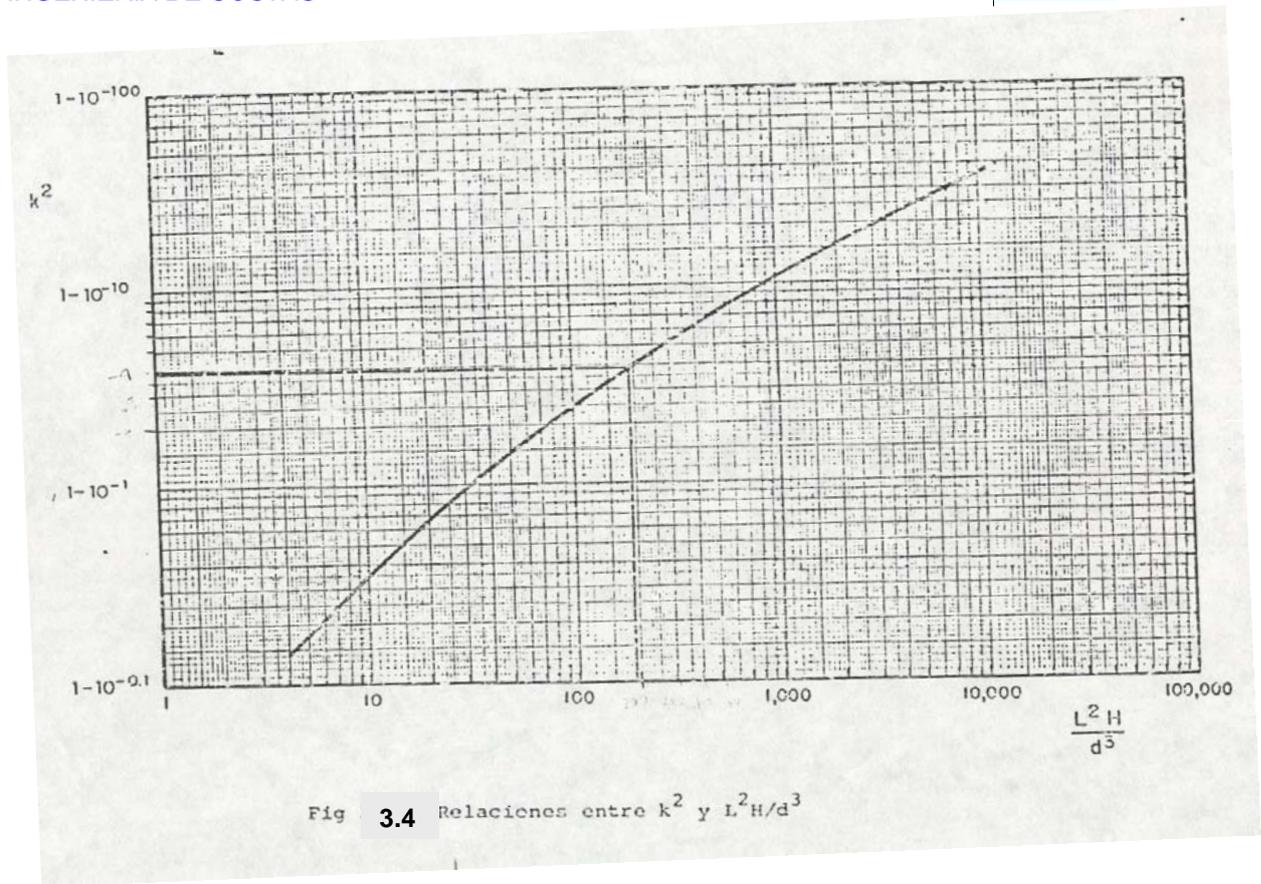
Fig. 3.5.- Relaciona  $\eta-Zt/H$ ,  $k^2$  y  $x/L$  para  $0 \leq k^2 \leq 1-10^{-40}$

Fig. 3.6.- Relaciona  $\eta-Zt/H$ ,  $k^2$  y  $x/L$   $10^{-3} \leq k^2 \leq 1-10^{-40}$

Fig. 3.7.- Relaciona  $k^2$ ,  $L^2H/d^3$  y  $zt-d/H + 1$

Fig. 3.8.- Relaciona  $T (gd)^{1/2} *zt/d$ ,  $H/zt$  y  $L^2H/d^3$





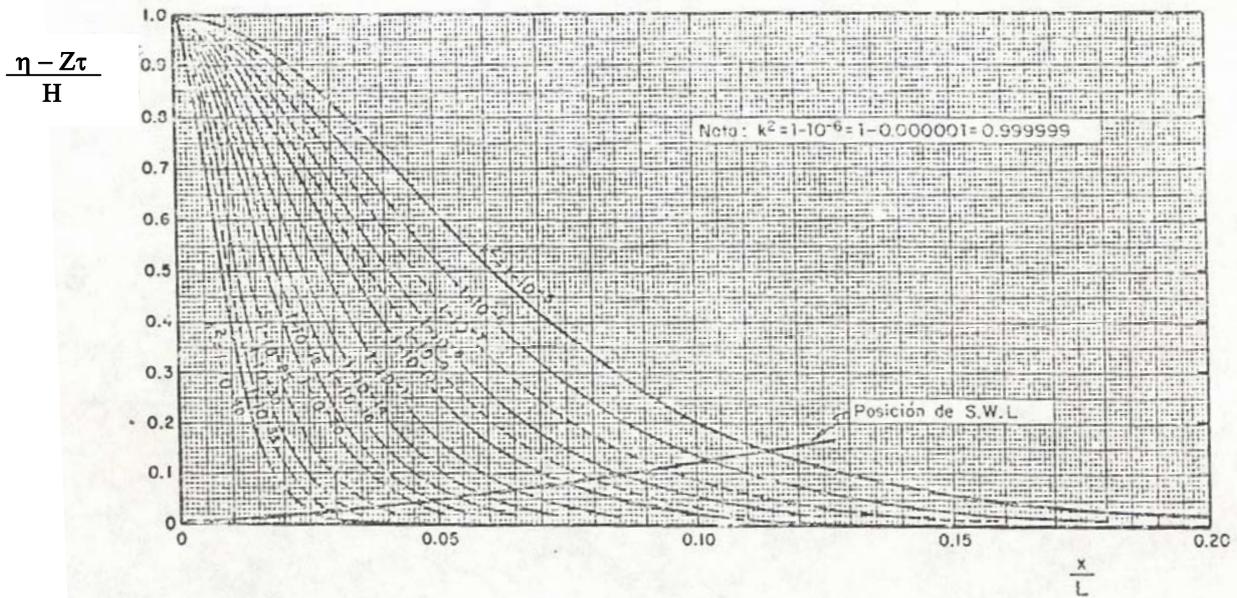


Fig 3.6 Perfiles de la superficie de la onda cnoidal en función de  $k^2$

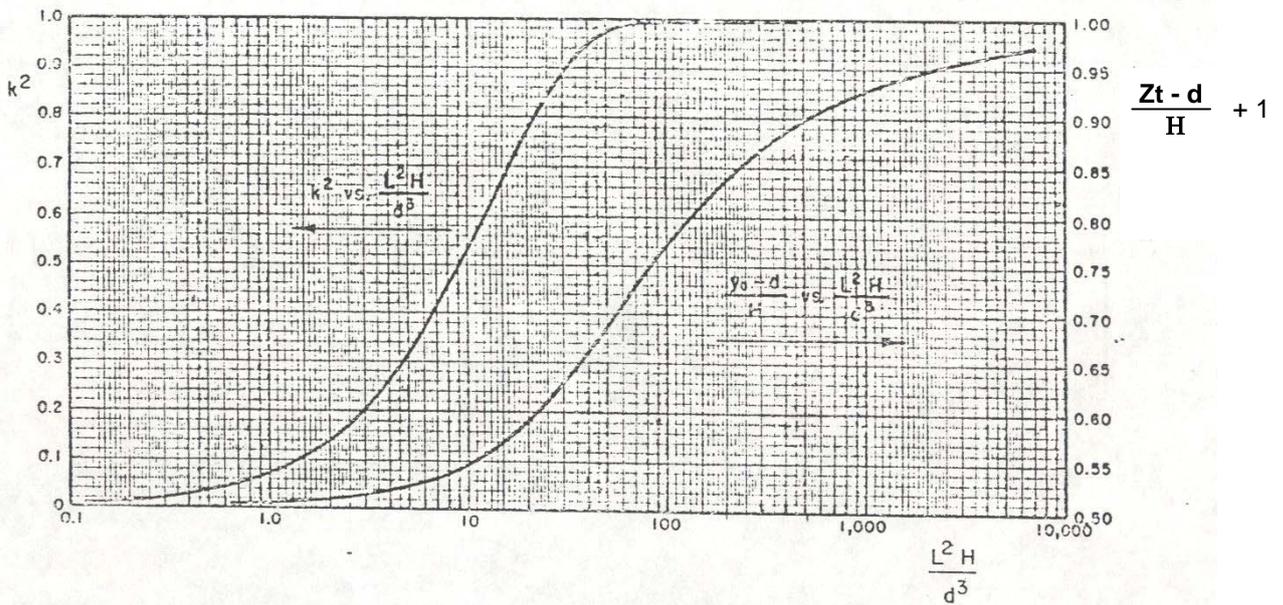


Fig 3.7 Relaciones entre  $k^2$ ,  $L^2H/d^3$ ,  $\frac{Zt-d}{H} + 1$

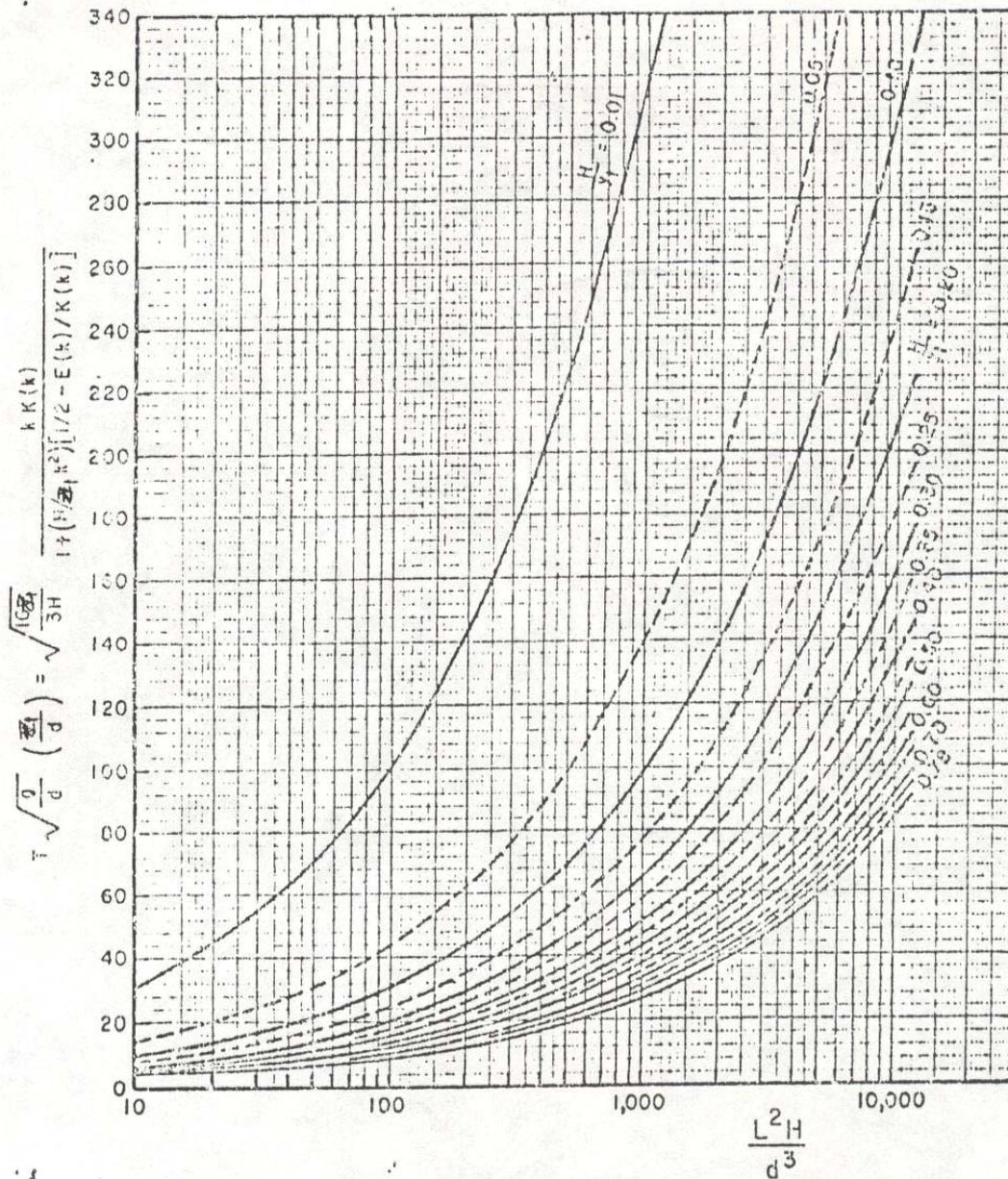


Fig 3.8 Relaciones entre  $T\sqrt{g/d} \cdot Zt/d$  ,  $H/v_t$  y  $L^2H/d^3$

**Problema 8.-** frente a un muelle de pared vertical se encuentra una válvula de una tubería apoyada en el fondo a una distancia de 50m, teniendo el oleaje incidente un ángulo de  $90^\circ$  con el muelle. La profundidad en el sitio de la válvula es de 10m y el volante de la válvula se encuentra 40cm sobre el fondo. Determinar las presiones máximas y mínimas sobre el volante y si existe socavación bajo la válvula, si  $V_r = 0.5\text{m/s}$  y la altura de la onda es de 3m y el T es de 21 seg.



### 3.3 ROMPIENTE

Cuando una onda progresiva viaja hacia la costa, al llegar a una profundidad menor a la mitad de su longitud, empieza a ser modificada por la presencia del fondo marino, y en su recorrido hacia la playa o hacia la estructura puede llegar a romper por su inestabilidad, que de acuerdo con sus características iniciales y a la rapidez con que se produce dicho cambio serán diferentes.

La forma de romper o rompiente de una onda, se puede clasificar en tres tipos generales:

- ✓ Continua
- ✓ Rodante
- ✓ Ondulante

Y depende directamente de la pendiente de la playa ( $S$ ) y de la esbeltez de la onda ( $H/d$ ), describiéndose a continuación sus principales características:

- ✓ Continua: se caracteriza por romper muy suavemente dejando atrás de ella una superficie llena de espuma, no existiendo una línea de rompiente claramente definida, esto sucede cuando la pendiente del fondo es muy suave y la esbeltez de la onda muy grande.
- ✓ Rodante: se caracteriza por tener una línea o zona bien definida de rompiente, que es donde el agua de la cresta se adelanta a la onda y cae frente a ella, produciendo una gran disipación de energía así como una transformación de espuma, siendo posible que más adelante se produzca otra onda, con altura media menor y que puede romper más cerca de la costa. La pendiente y la esbeltez de la onda tienen valores intermedios entre las rompientes continuas y las ondulantes.
- ✓ Ondulante: es la que ocurre casi en la línea de la playa aproximándose hasta dicha línea, rompiendo y disipando la energía en forma de espuma que sube sobre la playa, esta se producen en pendientes fuertes.

En función de las características del oleaje en aguas profundas ( $H_o/L_o$ , es decir la altura del oleaje en aguas profundas y la longitud en aguas profundas) y la pendiente de la playa, se puede conocer el tipo de rompiente, utilizando la figura 3.9

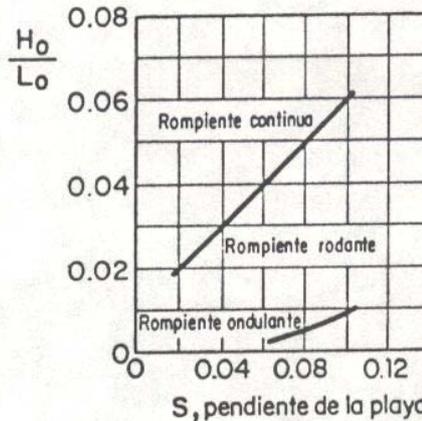


FIG. 3.9 Determinación del tipo de oleaje rompiente, utilizando la pendiente de la playa ( Horikawa, 1978 )

### 3.4 ALTURA DE LA OLA ROMPIENTE

Cuando se diseña una obra como escolleras, rompe-olas, etc. Es necesario saber si dichas obras estarán sujetas o no a las acciones de un oleaje que rompe sobre ellas.

La distancia vertical entre la altura de la cresta en la rompiente y el valle inmediato delante de ella es lo que se conoce como altura de rompiente.

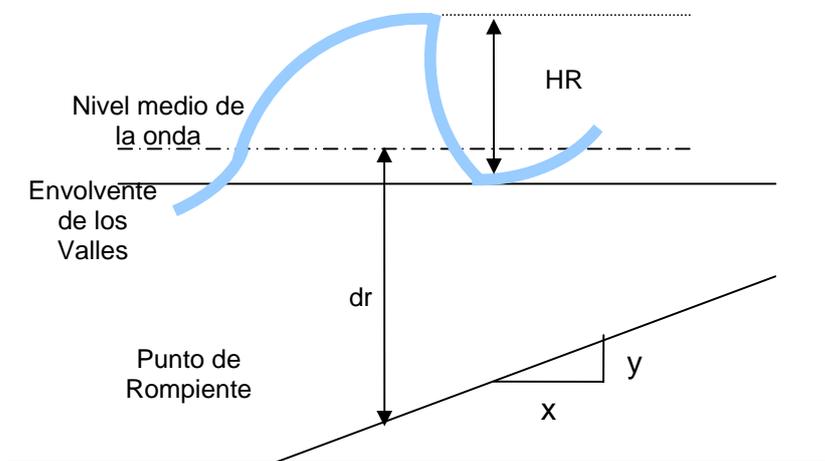


FIG. 3.10

- a) En aguas profundas si la esbeltez de la onda aumenta llega un momento en que es inestable y empieza a romper, con formación de espuma en la cresta siendo la esbeltez, según "Michelle" =  $\frac{H_o}{L_o} = 0.142$ ; si la relación  $\frac{H_o}{L_o}$  excede de 0.21 la onda es inestable y rompe de forma rodante.



## INGENIERÍA DE COSTAS

Para ondas progresivas en aguas someras Michelle en 1944 determinó que la esbeltez máxima que puede tener la onda  $\left(\frac{H}{L}\right) = 0.142 \tanh(kd)$  y cuando excede este valor se vuelve inestable, y que para ondas estacionarias en aguas someras el valor de la esbeltez máxima es  $= 0.218 \tan h(kd)$ .

- b) En aguas someras se recomienda usar la figura 3.11 propuesta por Goda en 1970 siendo la relación:

$$\frac{H_r}{H_o'} = f\left(\frac{H_o'}{L_o'}, S\right) \quad (3.22)$$

Donde:

$H_r$  = Altura de la onda en la rompiente (m).

$S$  = Pendiente fondo marino.

$H_o'$  = Altura de la onda en aguas profundas (m), que se puede calcular con la ecuación siguiente:

$$H_o' = \left(\frac{b_o}{b}\right)^{\frac{1}{2}} H \quad (3.23)$$

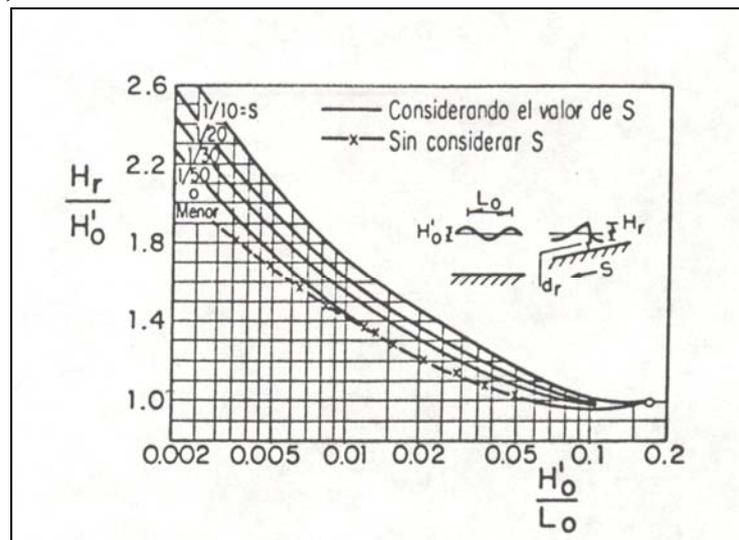


FIG. 3.11

En la ecuación 3.23  $b$  y  $b_o$  son la distancia entre ortogonales frente a la línea del rompiente y en aguas profundas respectivamente; se le denomina coeficiente de refracción a la raíz cuadrada de  $b_o/b$  y se puede definir también como  $Kr$ .

A la relación  $H_r/H_o'$  se le denomina ÍNDICE DE ALTURA DE ROMPIENTE.

Otra forma de calcular la altura de la onda en rompiente, que es usando la figura 3.12 propuesta por el Centro de Investigación de Ingeniería Costera (CERC).

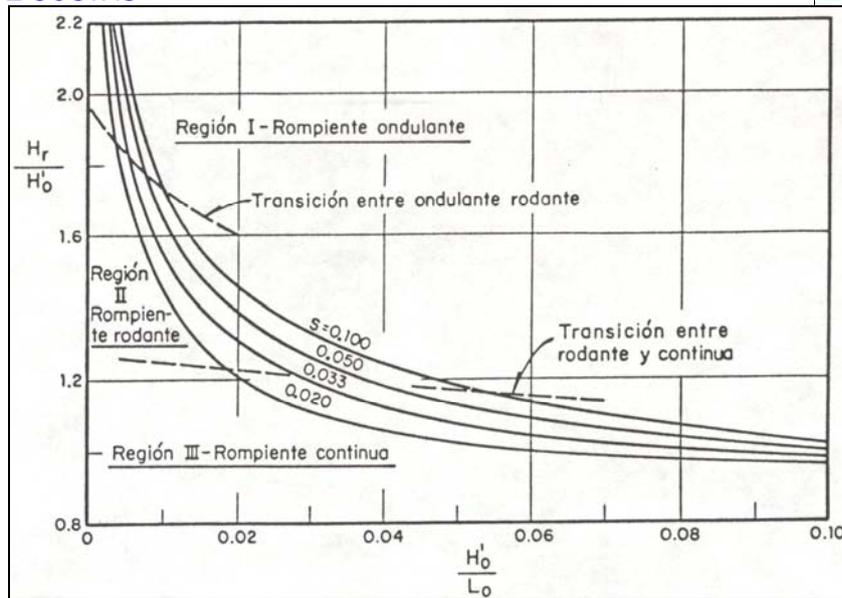


FIG. 3.12

**3.5 PROFUNDIDAD EN LA ROMPIENTE ( $dr$ ).**

Para determinar si una estructura estará sujeta a un oleaje rompiente se debe calcular la profundidad a la cual las ondas llegaran a romper, para lo cual se puede usar la figura 3.13 o la figura 3.14 propuesta por el CERC dando, en ambos casos, valores puntuales de  $dr$ , lo cual debido a que es determinado en forma experimental en laboratorio, por lo que se recomienda obtener un intervalo de confianza, es decir un  $dr_{m\acute{a}x}$  y un  $dr_{m\acute{i}n}$ , por medio de la figura 3.15 entrando con el valor de  $H_r/gt^2$ , obteniendo  $dr/H_r$  por medio de los coeficientes  $\beta$  y  $\alpha$ , para finalmente encontrar:

$$dr_{m\acute{a}x} = \alpha H_r \tag{3.24}$$

$$dr_{m\acute{i}n} = \beta H_r \tag{3.25}$$

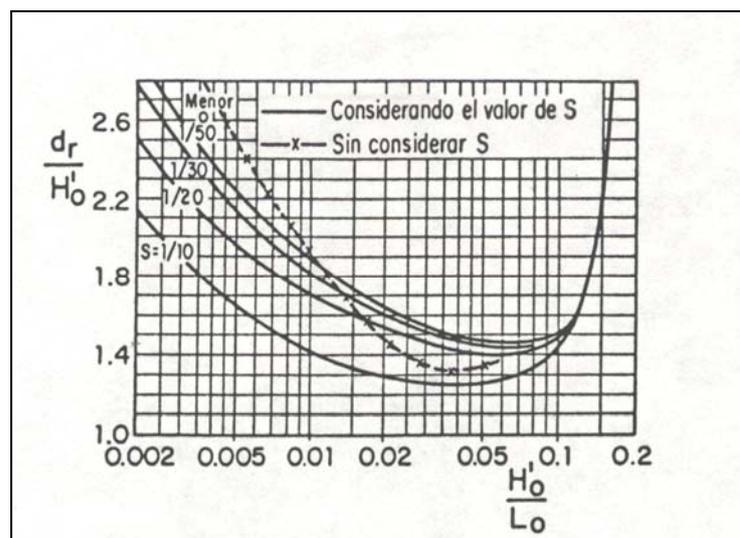


FIG. 3.13

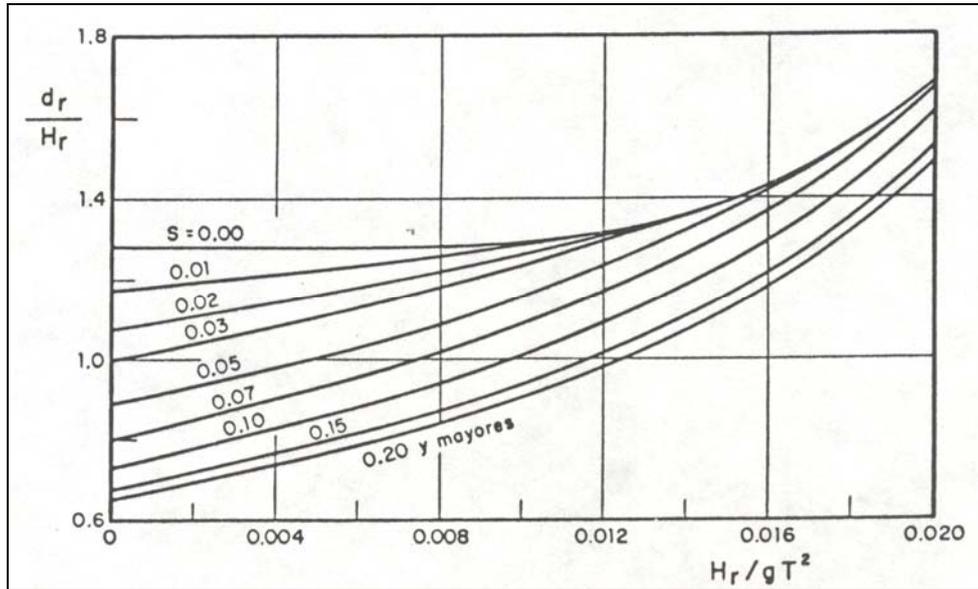


FIG. 3.14

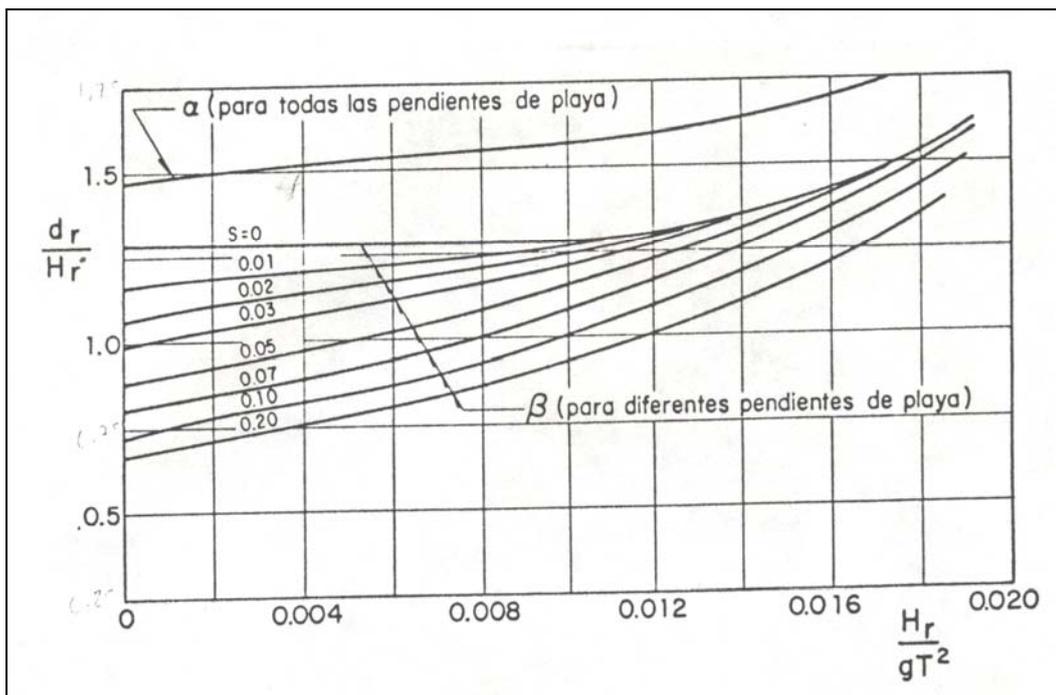


FIG. 3.15

### 3.6 ALCANCE DE LA ONDA (RL)

Otro aspecto importante para el diseño de estructuras marítimas es el alcance de la ola, definiéndose como la máxima distancia a partir del nivel de reposo, como se puede apreciar en la figura 3.16.

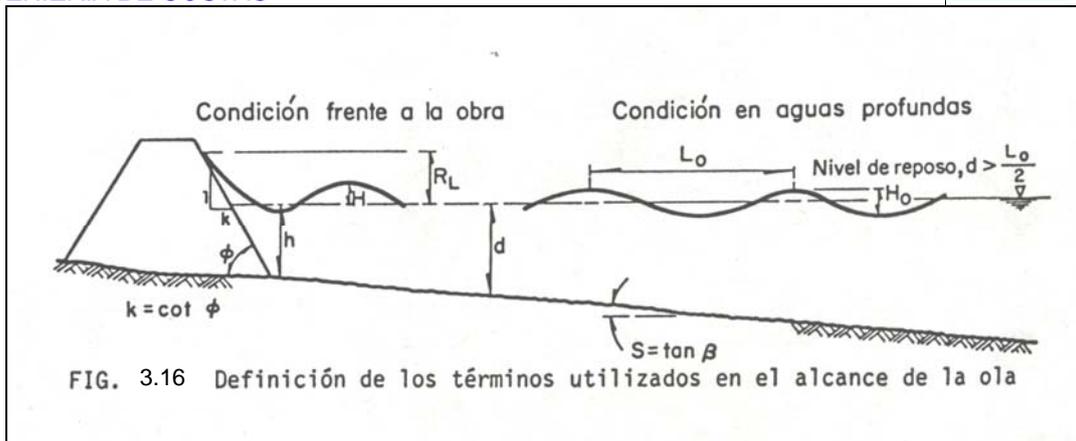


FIG. 3.16 Definición de los términos utilizados en el alcance de la ola

Para su cálculo se debe considerar si existe cualquiera de las 3 condiciones siguientes:

- a) la ola no rompa sobre la obra
- b) la ola rompa sobre el talud de la obra
- c) la ola rompa antes de llegar a la obra.

Si la ola no rompe antes de llegar a la estructura, puede romper sobre el talud si el ángulo ( $\phi$ ) que forma con la horizontal es menor que el ángulo crítico ( $\phi_c$ ), que se calcula con la relación siguiente:

$$\frac{\sqrt{2\phi_c} \operatorname{sen}^2 \phi_c}{\pi^{3/2}} = \frac{H_o}{L_o} \tag{3.26}$$

La cual se resuelve por tanteos, cuidando que los valores del ángulo crítico estén en radianes y la calculadora esté en modo radianes.

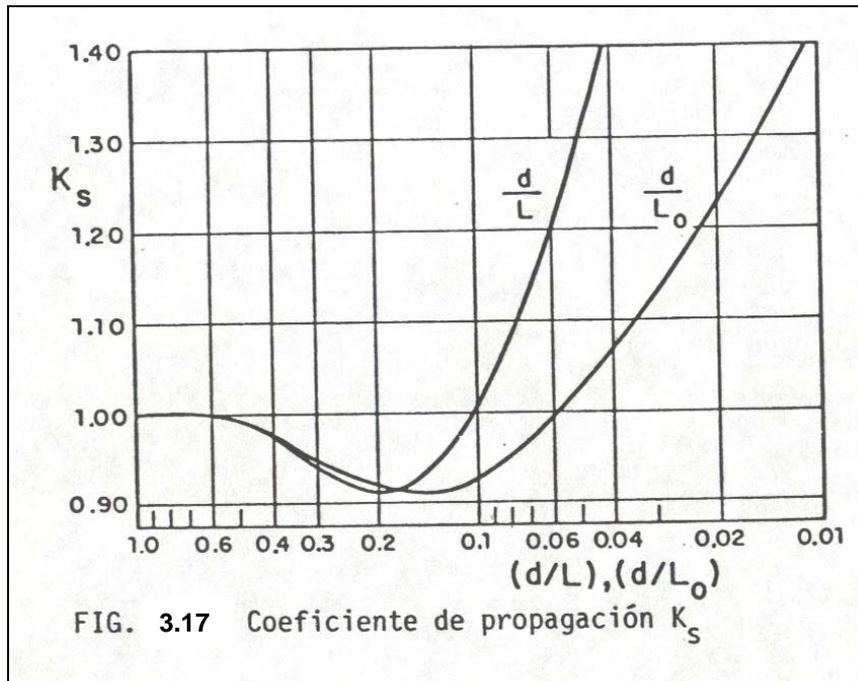
- a) Si  $\phi \geq \phi_c$  la ola no rompe sobre el talud y el alcance de la ola se puede calcular con la expresión propuesta por Takada que es:

$$RL = H_o K_s \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2\phi} + \left( \frac{\eta s}{H} - 1 \right)} \right] \tag{3.27}$$

Siendo  $K_s$  el coeficiente de propagación de la onda, que se calcula con la siguiente ecuación:

$$K_s = \left( \frac{L_o}{2nL} \right)^{1/2} = \frac{H}{H_o} \tag{3.28}$$

O también se puede obtener su valor con la ayuda de la fig. 3.17 en función de la profundidad relativa ( $d/L$ ), y la profundidad relativa en aguas profundas ( $d/L_o$ ) o también haciendo uso de las tablas III.1.



$\eta_s$  = altura o alcance de la onda cuando  $\phi=90^\circ$ , calculándose con la fórmula propuesta por Miché en 1974:

$$\eta_s = H + \frac{\pi H^2}{L} \coth \left\{ kd \left[ 1 + \frac{3}{4 \operatorname{sen}^2 h(kd)} - \frac{1}{4 \cosh^2(kd)} \right] \right\} \quad (3.29)$$

b) Si  $\phi < \phi_c$  la ola rompe sobre el talud y el alcance de la onda se puede calcular por medio de la expresión propuesta por Takada:

$$R_L = H_o K_s \left( \frac{\cot \phi_c}{\cot \ell} \right)^{2/3} \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2\phi_c}} + \left( \frac{\eta_s}{H} - 1 \right) \right] \quad (3.30)$$

c) Cuando la ola ha roto antes de llegar a la estructura, el calcular el valor de alcance de ola se complica, por lo cual se recomienda utilizar las graficas propuestas por Toyoshima, Shuto y Hashimoto, que se presentan en la figura 3.18 que fueron determinadas para playas con pendiente de 30:1 y de 20:1; y para taludes de estructuras de 1:1, 2:1, 3:1, y superficies lisas en función  $H_o/L_o$  y  $d/L_o$ . Si la superficie de la estructura no es lisa se debe considerar un factor de corrección (r) propuesto por Battjes en 1970 y que se presenta en la tabla 3.1, por lo cual el alcance real será el obtenido por la figura 3.18 multiplicado por r.

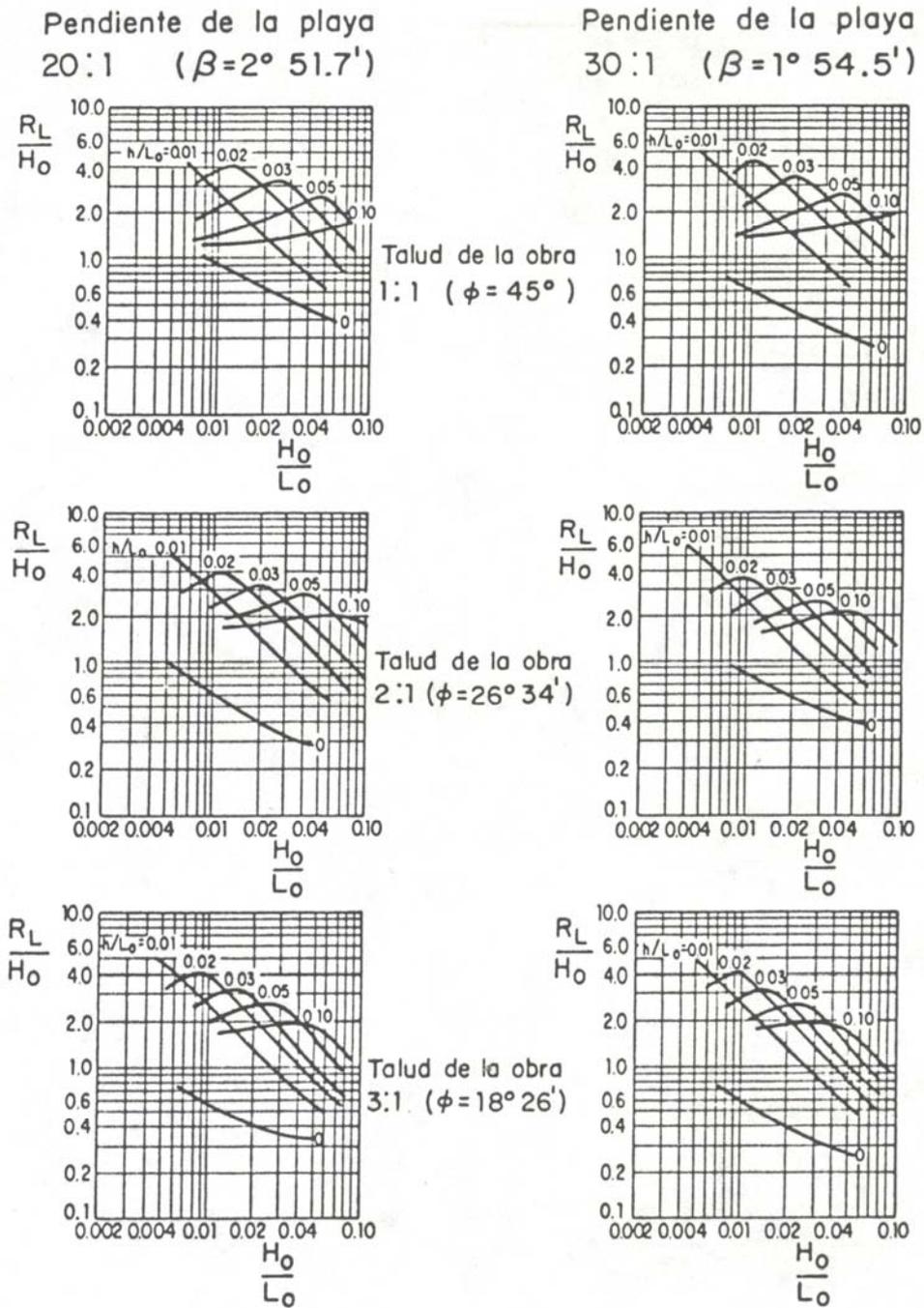


FIG. 3.18 Valor del alcance de la ola sobre estructuras o pendiente de la playa, según Toyoshima, Shuto y Hashimoto ( 1966 )



TABLA : 3.1 Coeficiente de corrección r, para valuar el alcance de la ola, según Battjes

Material y acabado de la superficie	Factor r
Losa de concreto	1 - 0.9
Pastos	0.85 - 0.90
Una capa de rezaga colocada sobre una superficie impermeable	0.80
Piedra acomodada	0.75 - 0.80
Piedra redonda	0.60 - 0.65
Piedra colocada a volteo	0.50 - 0.60
Dos o más capas de enrocamiento o rezaga	0.50
Elementos prefabricados	0.50
Mampostería (dos capas)	0.50 - 0.55
Mampostería (una capa)	0.8

Los intervalos de aplicación de las teorías no son exactos, sin embargo se pueden recomendar 2 criterios para su clasificación:

1er. Criterio: se aplica la teoría lineal o de AIRY en aguas profundas donde la esbeltez de la ola es pequeña. Para aguas someras donde la esbeltez de la ola es grande se aplica la teoría Cnoidal, aunque también se puede utilizar la segunda aproximación de Stokes, y para aguas intermedias se utiliza la segunda aproximación de Stokes. Después de que rompe la ola se debe utilizar la teoría de las ondas solitarias.

2do. Criterio: recomienda utilizar el parámetro Ursell  $U = \frac{HL^2}{d^3}$  para definir el tipo de teoría a utilizar, utilizándose la teoría de Stokes cuando  $U \geq 1$ , y la teoría de las ondas Cnoidales cuando  $U \approx 1$ .

### 3.7 Onda Solitaria.

El perfil de la onda Cnoidal es periódico, pero tiende hacia una onda no periódica con una sola cresta cuando  $k \rightarrow 1$ , dando origen a una onda solitaria, la cual es una onda de traslación que se asemeja a la onda que se produce en aguas someras poco antes de la rompiente y entra la rompiente y la playa, después de que la ola ha roto. También esta onda es similar a la que se produce por deslizamientos de taludes submarinos denominados: Tsunamis.

La onda solitaria fue observada y estudiada por primera vez por Russell en 1838 después se perfecciono su estudio por varios investigadores entre otros



## INGENIERÍA DE COSTAS

Boussinesq y Raleygh en 1872 y 1876 respectivamente y Laitone en 1959. Las principales características de este tipo de ondas son: que no presentan valle, no es periódica y no tiene longitud. Para su estudio se parte de las expresiones generales de la onda Cnoidal, ya que la onda solitaria es uno de sus 2 casos extremos, siendo alcanzado este extremo cuando  $\left(\frac{L^2 H}{d^3}\right)$  tiende a ser un valor grande, dando como resultado que el argumento de las integrales elípticas que aparece en teoría Cnoidal sea = 1.

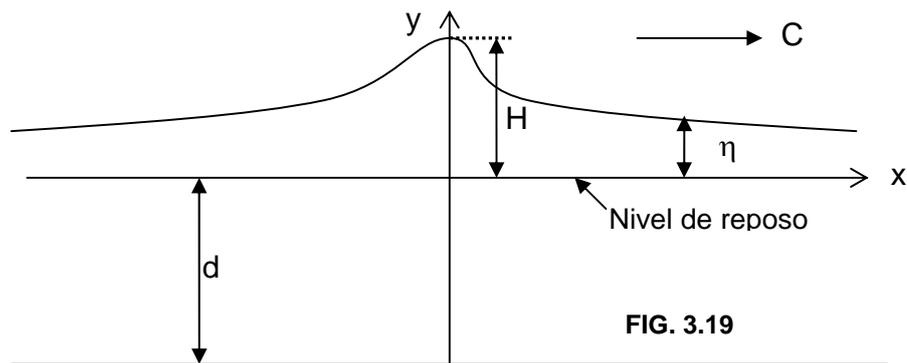


FIG. 3.19

### 1) Celeridad

$$1^{\text{a.}} \text{ Aproximación. } C = \sqrt{g(d+H)} \quad (3.31)$$

$$2^{\text{a.}} \text{ Aproximación. } C = \sqrt{gd} \left[ 1 + \frac{H}{2d} - \frac{3}{20} \left( \frac{H}{d} \right)^2 \right] \quad (3.32)$$

### 2) Perfil de la superficie

$$1^{\text{a.}} \text{ Aproximación } \eta = \frac{H}{\cosh^2 \left( \frac{3}{4} x^2 \frac{H}{d^3} \right)^{1/2}} \quad (3.33)$$

Si se toma en cuenta el tiempo (t).

$$\eta = \frac{H}{\cosh^2 \left[ (x - Ct) \left( \frac{3}{4} \frac{H}{d^3} \right)^{1/2} \right]} \quad (3.34)$$

2<sup>a.</sup> Aproximación

$$\eta = \frac{H}{\cosh^2(\lambda x - Ct)} - \frac{3}{4} \frac{H^2}{d} \frac{[\cosh^2(\lambda x - Ct)] - 1}{\cosh^4(\lambda x - Ct)} \quad (3.35)$$

Donde:

$$\lambda = \left( \frac{3}{4} \frac{H}{d^3} \right)^{1/2} \left( 1 - \frac{5}{8} \frac{H}{d} \right) \quad (3.36)$$



La celeridad para encontrar el perfil de la onda en la 2ª. Aproximación debe tomarse de la formula de la 2ª. Aproximación.

**3) Área bajo el perfil.**

$$1^a. \text{ Aproximación. } A = \left( \frac{16}{3} d^3 H \right)^{1/2}, \text{ en m}^2 \tag{3.37}$$

Y el volumen desplazado por unidad de ancho de cresta será:

$$Vu = \left( \frac{16}{3} d^3 H \right)^{1/2}, \text{ en m}^3/\text{m} \tag{3.38}$$

El volumen real que pasa por una vertical preestablecida es mayor que lo que se obtiene con la ecuación anterior ya que también se tienen desplazamientos de las partículas que se encuentran bajo el nivel de reposo siendo posible conocer el volumen comprendido entre +-x y se conoce por:

$$V = \left[ \frac{16d^3}{3} (h - \eta) \right]^{1/2} \tag{3.39}$$

$\eta$  = altura de la superficie libre del agua a la distancia "x"

Teóricamente el volumen total, se encuentra entre distancias "x" que tienden a infinito sin embargo el 90% del volumen total, se puede encontrar para diferentes valores de (H/d) en función de la distancia  $X_{min}$ .

H/d	0.2	0.4	0.5	0.78
+x	3.9d	2.7d	2.4d	2.0d

**4) Velocidad de las partículas**

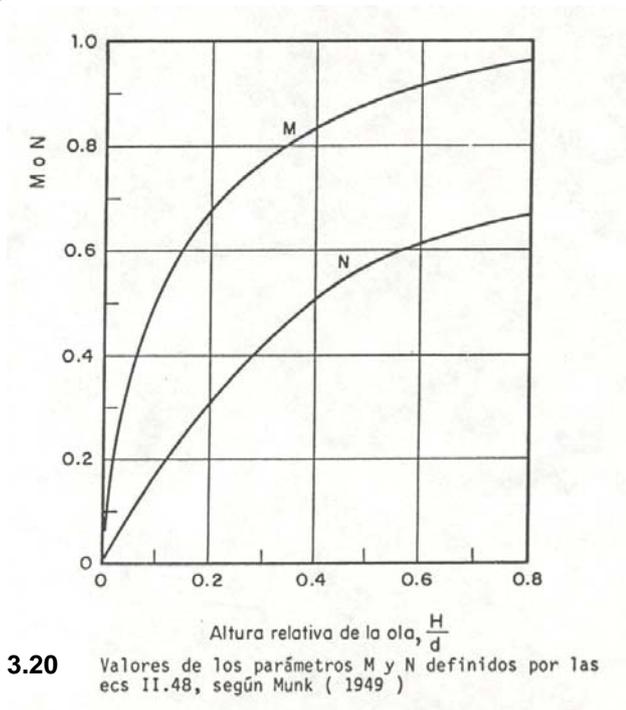
Los componentes de la velocidad de cada partícula se pueden calcular por las ecuaciones presentadas por Munk en 1940 para una 2ª. Aproximación.

En el eje de las "X"; 
$$U = \frac{1 + \cos\left(\frac{M(d+y)}{d}\right) \cosh\left(\frac{xM}{d}\right)}{CN \left[ \cos\left(\frac{M(d+4)}{d}\right) + \cosh\left(\frac{xM}{d}\right) \right]^2} \tag{3.40}$$

En el eje de las "Y"; 
$$V = \frac{1 + \text{sen}\left(\frac{M(d+y)}{d}\right) \text{senh}\left(\frac{xM}{d}\right)}{CN \left[ \cos\left(\frac{M(d+4)}{d}\right) + \cosh\left(\frac{xM}{d}\right) \right]^2} \tag{3.41}$$

Donde:

$M$  y  $N$  son funciones que dependen de H/d y se puede obtener con la ayuda de la figura 3.20.



x y y son los valores del punto donde se desea conocer la velocidad, referido a un sistema de coordenadas.

La velocidad horizontal (U) se usa para calcular el empuje de la onda sobre las estructuras marinas, localizadas en aguas someras, siendo la velocidad máxima ( $U_{máx}$ ) cuando  $x=0$ , velocidad vertical=0 y tiempo=0 teniendo la siguiente expresión:

$$U_{máx} = \frac{CN}{1 + \cos\left[\frac{M(d+4)}{d}\right]} \tag{3.42}$$

Si  $y=0$  entonces

$$U_{máx} = \frac{CN}{1 + \cos M} \tag{3.43}$$

**5) Presión.**

2ª. Aproximación.

$$P = \gamma \left\{ -\eta + y + \frac{3H^2}{4d} \left[ \left(\frac{y}{d}\right)^2 + \frac{2y}{d} \right] \right\} \left[ \frac{2}{\cosh^2(dx-ct)} - \frac{3}{\cosh^4(\alpha x-ct)} \right]$$

Donde:

$$\alpha = \left(\frac{3H}{4d^3}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{5H}{8d}\right) \tag{3.44}$$



**6) Energía**

Para un ancho unitario:

$$E = 8\gamma \left( \frac{Hd}{3} \right)^{3/2} \text{ en...} \left( \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \right) \tag{3.45}$$

Encontramos que el 90% de la energía total, se encuentra a una distancia - +x y en función de la relación H/d, siendo los valores de la  $x_{\min}$ , los que se presentan en la tabla 3.2.

H/d	0.2	0.4	0.5	0.78
+/- x	2.4d	1.7d	1.6d	1.2d

Tabla 3.2

**7) Altura máxima (H<sub>máx</sub>).**

La altura máxima que alcanza la onda solitaria antes de romper, producto de la disminución de la profundidad al acercarse a la playa, lo que hace que llegue a su inestabilidad y rompa, esta determinada por la formula general  $H_{\text{máx}} = 0.78d$

Cuando se toma en cuenta la pendiente (S) de la playa según Galvin:

S	0	0.05	0.10	0.20
H <sub>máx</sub>	0.85d	1.05d	1.19d	1.32d

Tabla 3.3

**EJEMPLO #4.** Se construirá una escollera donde la profundidad es de 6 m. disipando un oleaje con altura de 3.5 m y se desea calcular la presión máxima al pie de la escollera y si existiera socavación, donde se colocó un pedraplén de material con  $\gamma_s = 2.4 \text{ tonf/m}^3$  y un diámetro de 0.73 m. La velocidad de socavación se determinará con la 2da. aproximación de Stokes.

**4. MAREAS**

El estudio de las mareas nos permite definir la altura de las estructuras marítimas, de acuerdo al uso que se les dará, además de conocer en que grado se puede beneficiar un determinado lugar al definir los niveles de pleamar y bajamar, gracias al flujo y reflujo de la corriente marítima y al aumento del calado en determinadas horas.

Existen dos tipos de fenómenos que producen las mareas, uno es el viento sostenido a alta velocidad, como es el caso de los vientos producto de perturbaciones atmosféricas (ciclones, huracanes, tormentas tropicales, etc.) y el toro debido a las atracciones de los cuerpos celestes, combinados con la rotación de la tierra.

Las mareas producidas por el primer tipo de fenómeno se denominan mareas de viento y para calcularlas se requiere de la solución de ecuaciones diferenciales que



## INGENIERÍA DE COSTAS

contemplan la probabilidad de las perturbaciones meteorológicas, como se puede estudiar en el fascículo A.2.13 del Manual de Diseño de Obras Civiles de la C.F.E.

En el tiempo de luna nueva y llena, la atracción producida por la luna ocurre en la misma dirección que la producida por el sol, por lo que estas mareas tienen una amplitud mayor que ninguna otra y se denominan mareas vivas. Las mareas que tienen la menor amplitud, son conocidas como mareas muertas, las cuales ocurren en el primer y tercer cuarto de la luna.

Para referenciar las estructuras marítimas, antes mencionadas, se definen a continuación los niveles que deben ser observados:

- 1) Nivel Medio del Mar (N.M.M.).- es el nivel promedio de la S.L. mar o promedio de las alturas horarias registradas en el período de estudio.
- 2) Nivel de Pleamar Media Superior (N.P.M.S).- es el promedio de las más altas, de las 2 pleamares diarias registradas en el periodo de estudio.
- 3) Nivel de Pleamar Media (N.P:M).- es el promedio de todas las pleamares registradas en el periodo de estudio. Cuando la marea es diurna este plano o nivel se calcula tomando el promedio de las pleamares diarias, lo que equivale a que la pleamar media coincida con la pleamar media superior.
- 4) Nivel de Bajamar Media Inferior (N.B.M.I).- es el promedio de las más bajas, de las dos bajamares diarias registradas en el periodo de estudio. Este nivel se usa como plano de referencia en la costa del pacifico y golfo de California.
- 5) Nivel de Bajamar Media (N.B.M).- es el nivel promedio de todas las bajamares registradas en el periodo de estudio cuando la marea es diurna.  $N.B.M=N.B.M.I.$
- 6) Nivel de Media Marea (N.m.m).- es el plano equidistante entre el nivel de pleamar medio y el nivel de bajamar media.

La observación continua de las mareas durante un periodo largo de tiempo, permite su análisis adecuado; la mínima información que se necesita se tiene en un registro continuo durante un mes. Para obtener el nivel medio del mar se obtienen el promedio geométrico de todas las lecturas obtenidas. Este dato es de suma importancia para referir las elevaciones de las obras marítimas. El nivel medio del mar o nivel 0.00, obtenido con las lecturas medias durante uno o dos meses, se tomará como definitivo para continuar con todos los levantamientos topográficos. El verdadero nivel medio del mar se obtiene después de un registro de 18.6 años (año juliano) y no coincide con el obtenido con solo uno o dos meses de medición, pero la diferencia entre ambos puede valer como máximo 5cm, lo cual no es de importancia para el proyecto desde el punto de vista ingenieril.

Equipo de Medición.- Para mediciones no mayores de 3 meses se utiliza una escala graduada o regla y para estaciones definitivas se utilizan limnógrafos o mareógrafos. Tiene un juego de poleas accionado por un flotador que mueve a un cilindro montado en un mecanismo de relojería.



## 5. RÉGIMEN DE COSTAS

El régimen de costas es la interacción que existe entre el sedimento y el oleaje, las corrientes, las mareas, los vientos y la batimetría de la zona en estudio, así como de la magnitud de estos, por medio de lo cual se podrá definir.

Si la costa se encuentra en proceso erosivo, de sedimentación o en equilibrio. La actividad ordinaria de las olas manifiesta superficie energía hasta profundidades del orden de los 10 m. El régimen de costas se manejará hasta una profundidad de 20 m, denominándose a la franja comprendida entre la playa y esta profundidad como litoral, el cual tendrá diferentes perfiles a lo largo de la época del año siendo los más característicos las de calma o verano y los de tormenta o invierno.

El proceso de transporte de sedimentos da lugar a depósitos cercanos a la costa teniéndose las siguientes formaciones:

- A. Playa: es un depósito de material suelto generalmente arena.
- B. Flechas: son depósitos que se forman en extremos de la playa, es decir discontinuidades unidas a tierra.
- C. Barrera: es un depósito que se forma frente a la playa pero no está unido a ésta.
- D. Tombo: es un depósito que se forma entre la línea de la playa y su obstáculo que puede ser un cabo o un islote.
- E. Cuspate: es en forma de triángulo isósceles con su lado desigual sobre la línea recta de la costa.
- F. Barras: son depósitos alargados que quedan sumergidos y que generalmente se forman en rompiente.
- G. Bancos: son acumulaciones de arena generalmente alejadas de la costa y bajo la superficie del mar, se forman por condiciones locales de oleaje y de corrientes.

El transporte de litoral se puede realizar en 4 zonas:

- 1) Antes de la rompiente
- 2) En la rompiente
- 3) Entre la rompiente y al línea de la playa
- 4) Sobre la playa.

Para conocer el transporte de sedimentos se deben calcular primero los siguientes parámetros que permiten definir el oleaje que inicia el movimiento de las partículas de un determinado diámetro y a una determinada profundidad.



- a) Inicio de movimiento.- antes del rompiente nos interesa conocer la profundidad a la cual se inicia el movimiento de las partículas, aunque el transporte neto sea 0. Para el inicio del movimiento se propone la formula de Ishihara y Sawaragi, presentada en 1962.

$$D_{so} = \frac{1170H_i^4}{L_o^9 \sinh^4(k_i d_i)} \quad (5.1)$$

Donde:

$H_i$ = altura en la profundidad donde se inicia el movimiento de partículas, m.

$k_i$ = es el número de la onda en el sitio donde se inicia el movimiento de las partículas.

$$k_i = \frac{2\pi}{L_i}$$

$d_i$ = profundidad a la cual se inicia el movimiento de las partículas bajo la acción del movimiento oscilatorio del oleaje.

Otra forma propuesta por Sato, Ijima y Tanaka en 1963 nos permite calcular el movimiento de las partículas por medio de la expresión siguiente:

$$D_{so} = \frac{5.54H_i^3}{L_o^2 \sinh^2(k_i d_i)} \quad (5.2)$$

- b) Velocidad de la corriente en el litoral.- la determinación de las velocidades paralelas a la playa originadas por la corriente litoral se puede evaluar por medio de la siguiente expresión.

$$V = 1024.5 f_v H_r^{3/2} d_r^{-1/2} S * \sin \alpha_r \quad (5.3)$$

Donde:

$V$ = Velocidad a una distancia "x" medida desde la línea de playa hacia aguas profundas

$f_v$ = Es el factor de velocidad que está en función de "x" y la distancia desde la playa a la rompiente ( $X_r$ )

x/ $X_r$	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8
$f_v$	0.27	0.4	0.44	0.39	0.26	0.15	0.09	0.06	0.04

TABLA 5.1

$H_r$  y  $d_r$  = altura y la profundidad de la ola en rompiente respectivamente.

$S$  = pendiente media del litoral.

$\alpha_r$  = ángulo que forma en el frente de la onda incidente con la línea rompiente.



- c) Velocidad incipiente ( $V_{in}$ ).- para que se presenten el trasporte de sedimentos, la velocidad del flujo necesita sobrepasar un límite llamado velocidad incipiente ( $V_{in}$ ) la cual se calcula con:

$$V_{in} = 17.5\sqrt{(S_s - 1)D_{50}} \quad (5.4)$$

Siendo:

$S_s = \rho_r/\rho$  que es la relación de la densidad del material ( $\rho_r$ ) y la densidad del agua ( $\rho$ ).

- d) Velocidad límite de fondo ( $V_{LF}$ ).- cuando la velocidad del agua es mayor que la velocidad incipiente, se produce una turbulencia que pone en movimiento una gran cantidad de material del fondo, propiciando el movimiento de un flujo más denso. Por la concentración de material, al moverse las partículas se profundiza el fondo y la velocidad orbital de las partículas líquidas decrece, hasta que se llega al equilibrio con la velocidad límite del fondo (la cual crece con la profundidad), y se llega al fondo equilibrado. Para el cálculo de la  $V_{LF}$ : se puede utilizar la siguiente ecuación:

$$V_{LF} = 4.7D_{50}^{0.28}d^X \quad (5.5)$$

El valor del exponente  $X$ , se puede obtener de la tabla 5.2

$D_{50}$ (mm)	0.05	0.15	0.5	1.0	1.5	2.5
$X$	0.43	0.42	0.41	0.4	0.39	0.38

TABLA 5.2

## 5.1 Transporte de Litoral

Se puede calcular por varios métodos.

### 5.1.1 Método de Shore Protection Manual.

$$Q_L = 101.52\gamma_s Hr^2 Cg * \text{sen}(2\alpha_r), \text{en}(m^3 / \text{día}) \quad (5.6)$$

Donde:

$\gamma_s$ = peso específico del material que forma el fondo marino ( $\text{kgf}/\text{m}^3$ ).

$Cg$ = celeridad de grupo. En aguas someras es igual a la celeridad de la onda ( $\text{m}/\text{s}$ ).

### 5.1.2 Método de Iwagari- Sawaragi

Otro método es el propuesto por los autores, utilizando la siguiente expresión:

$$Q = \Psi 31.7 \left( \frac{Ex}{\phi} \right)^{3/2} S (m^3/s) \quad (5.7)$$

Donde:

$$\Psi = \sqrt{g \left( \frac{Ho}{Ks} \right)^3} S^{1/3} \left( \frac{Ho}{KsLo} \right)^{1/6} Dm [\text{Sen}(2\alpha_r)]^{1/3} Lr \quad (5.8)$$



## INGENIERÍA DE COSTAS

$Dm$  = diámetro medio del material que forma el litoral, en m.

$Lr$  = longitud de la ola en el sitio de rompiente, en m.

$$Ex = \frac{\gamma_s Lr Hr^2}{16T} \text{Sen}(2\alpha_r) \quad (5.9)$$

A esta expresión se le conoce como la componente de la potencia de la ola a lo largo de la costa.

$$\phi = \sqrt{g \left( \frac{Ho}{Ks} \right)^3} (\gamma_s - \gamma) \left( \frac{Ho}{KsLo} \right)^{1/6} Dm [\text{Sen}(2\alpha_r)]^{1/3} Lr \quad (5.10)$$

$Ks$  se acostumbra calcular como la relación de la celeridad de grupo en aguas profundas ( $Cgo$ ) y la celeridad de grupo en la rompiente ( $Cgr$ ) de la siguiente forma:

$$Ks = \left( \frac{Cgo}{Cgr} \right)^{1/2} \quad (5.11)$$

Para calcular la longitud de la onda en la rompiente se puede utilizar la siguiente expresión:

$$Lr = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi dr}{Lr}\right) = \frac{gT}{T} \tanh(krdr) \quad (5.12)$$

### 5.1.3 Método Sánchez Bribiesca.

El investigador del Instituto de Ingeniería de la UNAM propone la siguiente ecuación:

$$Q_L = \frac{6930}{(Ss - 1)} Hr^2 \sqrt{gdr} \text{Sen}(2\alpha_r) \quad (m^3/s) \quad (5.13)$$

La cual se utiliza para  $D_{50} \geq 0.0001m$

$$Q_L = 10^4 \log\left(\frac{0.00146}{D_{50}}\right) Hr \text{Sen}(dr) \text{Cos}(dr) \quad (5.14)$$

La cual se utiliza para  $D_{50} < 0.0001m$

### 5.1.4 Método Springall.

Otro investigador del Instituto de ingeniería de la UNAM propone la siguiente ecuación:

$$Q_L = 1.1(10^7) Dm (ltr)^{7/4} \left[ \frac{\text{sen}2\alpha_r}{ST} \right]^{1/2} \quad (m^3/d) \quad (5.15)$$

$Dm$  en metros.



## 6. RÉGIMEN DE ESTUARIOS

Un estuario es la desembocadura de un río en el mar y al proceso de interacción de los sedimentos transportados por el río con aquellos del transporte del litoral, así como las causas que lo provocan se denomina **Régimen de estuarios**.

Los estuarios son los lugares en donde los ríos y las corrientes de agua dulce fluyen en el océano, mezclándose con el agua de mar. Una variedad amplia de aves, peces, insectos y fauna acuática hace de los estuarios su hogar.

### 6.1 Tipos de Estuario

Debido de la geomorfología, la historia geológica del área, y las condiciones climáticas que prevalecen en el área en particular, podemos encontrar diferentes tipos de estuario.

a) **Estuarios costaneros:** Formados al final de la última glaciación, cuando el elevado nivel del mar invadió valles con ríos de poca altitud. V.g. Chesapeake Bay, y las bocas de los ríos de Delaware y del Hudson.

b) **Estuarios Tectónicos:** La formación de este tipo de estuario involucra una reinvasión del mar a tierra debido a una subsidencia de la tierra. V.g. La Bahía de San Francisco.

c) **Estuarios tipo Bahía Semi-encerradas o Laguna:** Con barreras de arena que crecen paralelas a la línea costanera que separa parcialmente el agua proveniente del mar creando una laguna interna superficial. Esta laguna colecta el agua dulce proveniente de la tierra.

### 6.2 Características Físicas de los Estuarios

#### a) Salinidad

- La característica dominante de un estuario es la fluctuación en la salinidad.
- El patrón de salinidad varía con la estación, la topografía del estuario, las mareas y la cantidad de agua dulce.
- Las mareas son las que tienen el mayor efecto. Durante la marea alta, las isohalinas se desplazan estuario arriba y en marea baja las isohalinas se desplazan hacia el mar.

#### b) Efecto de Coriolis

- La rotación de la tierra desvía el flujo de agua. En el Hemisferio Norte, este efecto desvía el agua del estuario hacia la derecha, esto cuando miramos desde el estuario hacia el mar. Por otro lado el agua marina que fluye hacia el estuario se desvía hacia la izquierda, esto cuando miramos desde el mar hacia el estuario.
- Como resultado de lo anterior, dos puntos, en lados opuestos del estuario pero equidistantes de su boca, pueden tener salinidades diferentes.



## INGENIERÍA DE COSTAS

### c) Cambios Estacionales

- Los cambios estacionales tienen un efecto en la salinidad del estuario relacionado a la evaporación, flujo del río, o ambos.
- En áreas en donde la descarga de agua dulce es reducida o ausente, la salinidad es mayor río arriba.

### d) Sustrato

- La mayoría de los estuarios se caracterizan por sustratos suaves y lodosos. Estos sedimentos se forman del material descargado por los cuerpos de agua dulce, por el mar y por el viento.
- Otro material del sustrato proviene de organismos terrestres y marinos. Este material orgánico puede servir como un almacenamiento de alimento para los organismos estuarinos.

### e) Temperatura

- La temperatura del agua de un estuario es más variable que en cualquier ecosistema cercano. Por lo general, esto se debe a que el volumen de agua en un estuario es mucho menor al área superficial. Por lo tanto, su calentamiento y enfriamiento es mucho más rápido bajo las condiciones climáticas que prevalezcan.

### f) Turbiedad

- Debido a la gran cantidad de partículas en suspensión en el agua de los estuarios, la turbiedad es muy alta.
- La mayor turbiedad ocurre en la época donde el flujo de los ríos es mayor.
- El aspecto ecológico de mayor efecto de la turbiedad es la disminución en la penetración de la luz. Esto disminuye la fotosíntesis.

### g) Oxígeno (O<sub>2</sub>)

- El flujo continuo de agua dulce y de agua de mar, junto con la poca profundidad, turbulencia, y acción del viento, significa que hay una fuente grande de oxígeno en estos sistemas.
- Por el contrario, los sedimentos del sustrato en un estuario se ven limitados por oxígeno. Esto, debido a la gran cantidad de material orgánico y gran abundancia de poblaciones bacterianas.

## 6.3 Acción de las mareas y corrientes

Debido a que los estuarios están rodeados por tierra en tres de sus lados y debido a la poca profundidad, la acción del viento sobre la superficie del agua se minimiza y no hay formación de olas grandes. Como resultado de esto, los estuarios se caracterizan por ser sitios de calma.



La reducción de la acción del oleaje promueve la deposición de sedimentos finos, permitiendo el desarrollo de plantas con raíces, lo cual le da estabilidad a los sedimentos.

#### **6.4 Factores que influyen en el desarrollo de los estuarios:**

La diversidad de tamaños, forma, régimen de salinidad, sistema circulación, y biota en un estuario es debida a la interacción de numerosos factores que puede sintetizarse en dos clases:

- Factores inherentes a los principales rasgos geológicos (tipo de rocas, morfología costera.) que controlan el tamaño y forma de la cuenca del estuario y la naturaleza de los sedimentos aportados a ella.
- Factores contemporáneos con la naturaleza de los procesos (corrientes de marea, descarga fluvial) que influyen en los modos de sedimentación, hidrodinámica y biota del estuario.

Las configuraciones de un estuario y su grado de relleno son bastante variables; todos los estuarios tienden a rellenarse con sedimentos, la masa de agua y la profundidad decrece con el tiempo y, como resultado las características hidrologías y la comunidades biológicas cambian.

Los diferentes tipo de estuarios presentan un estilo de sedimentación, de salinidad, régimen de circulación de aguas y distribución de comunidades bentónicas en función de las condiciones características que presenta la entrada al estuario, ya desde el momento de su formación.

Los movimientos de las masas de agua en la entrada de un estuario, generalmente han sido descritos en términos referentes al área de la sección transversales, prisma de marea, descarga y velocidad.

El prisma de marea es comúnmente interpretado como respuesta a la sedimentación de entrada (Brunm y Gerritsen).

En contraste Nielsen y Gordon enfatizan en como las corrientes litorales y el desarrollo de bancos arenosos en la costa abierta afectan al flujo mareal en la boca del estuario.

En función de los procesos marinos que han actuado en la boca del estuario se distinguen los principales tipo:

- 1) Estuarios con entradas relativamente anchas y profundas, con un intercambio mareal completo.
- 2) Estuarios con entradas formadas por estrechos canales, en los que las mareas son atenuadas.
- 3) Estuarios que tienen su entrada cerrada bajo la mayor parte de las condiciones.

Estos tipos surgen de los controles primarios que actúan de manera jerárquica. Primariamente, el inherente a la topografía costera que controla el modo de sedimentación de arenas marinas en valles costeros sumergidos: los primeros tipos



## INGENIERÍA DE COSTAS

de estuarios descritos tienen deltas mareales subacuáticos, mientras que los estuarios con entradas estrechas o mayormente cerradas, aparecen detrás de barreras arenosas costeras que se elevan por encima del nivel marino. En segundo lugar, las descargas fluviales, en combinación con los procesos marinos que actúan en la boca del estuario, determina cuando la entrada de los canales a través de las barreras costeras permanece abierta o cerrada por largos periodos.

Existen tipos muy contrastados de sedimentación marina. En entrantes costeros, amplios y someros, la migración hacia tierra de arenas cesa prácticamente y se estabilizan los depósitos dentro de la boca de la bahía cuando se estabiliza el nivel marino.

La continua adición de arenas marinas da como resultado una progradación de la barrera hacia el mar.

Los estuarios que surgen detrás de estas barreras están conectados con el mar a través de reducidos canales con un intercambio mareal muy restringido.

En entrantes estrechos y profundos se construyen barreras subáreas por acción de olas, pero en aquellas áreas protegidas, las corrientes de marea transportan arenas formando barreras subacuáticas.

Estas barreras arenosas migran hacia tierra como deltas de flujo de marea durante la fase de estabilización marina. La descarga fluvial, también, juega un importante papel para determinar el tipo de estuario.

Aquellos estuarios con pequeños cursos de agua presentan entradas que están cerradas durante largos periodos, mientras que aquellos con grandes ríos tienen entradas que están permanentes o mayormente abiertas.

### 6.5 *Procesos del estuario*

Los procesos que intervienen en un estuario son muy complejos; factores dinámicos, químicos y biológicos, aparecen en clara relación con los mecanismos de sedimentación.

Estos mecanismos están determinados por la disipación de la energía de los flujos fluviales, gradientes de densidad, la marea, las olas y fuerzas meteorológicas.

En la medida que la energía se disipa, los sedimentos son transportados, mezclados, intercambiados o acumulados y la geometría del fondo se modifica.

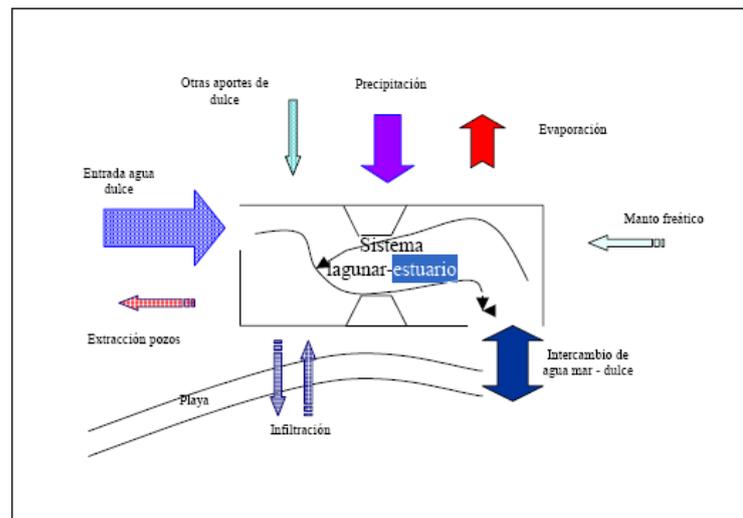
Los procesos dominantes y su relación con las características sedimentaria resultantes son: los procesos de erosión, transporte, deposición y consolidación; esos dependen de la dinámica del fluido y de las propiedades de las partículas, su tamaño, forma, densidad y composición.

El definir el régimen de un estuario reviste importancia tanto para la hidráulica fluvial como la hidráulica marítima, desde el punto de vista del transporte acuático, ya que es importante definir si el estuario se encuentra en proceso erosivo, de asolvamiento o de equilibrio, lo que permitirá diseñar los elementos y acciones necesarias para el paso de una nave de diseño del río al mar o viceversa, determinando la profundidad de calado de diseño. Por lo antes descrito el régimen

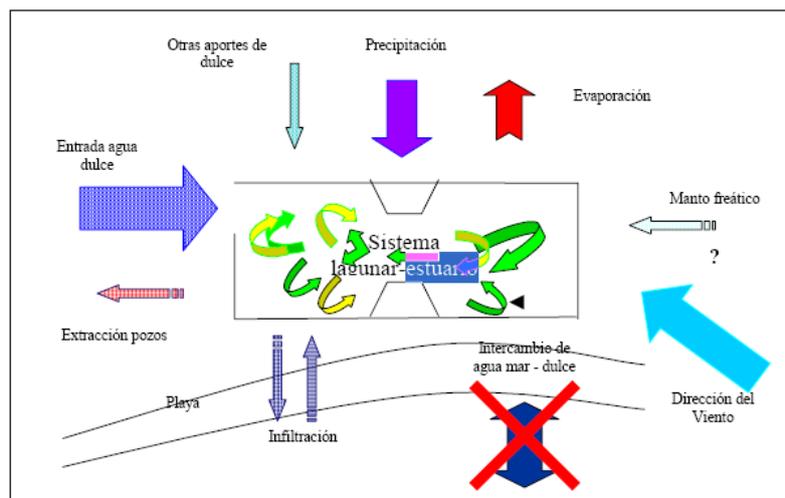


de estuarios se aplica generalmente para ríos navegables como es el caso del río Balsas, donde adicionalmente se tiene el puerto de Lázaro Cárdenas.

Por la complejidad del fenómeno y las particularidades que se presentan al mezclarse los procesos de transporte de sedimentos que aporta el río, con los sedimentos del transporte del litoral y la variación en la mezcla de las aguas dulces con las aguas saladas, adicionando el efecto de los cambios de nivel del mar, producto de las mareas, a dado origen que la definición del régimen de estuarios se realice por medio de modelos hidráulicos, conforme a esquemas como el que se presenta a continuación:



**Figura 6.1** . Modelo propuesto que representa la dinámica de las aguas en la laguna La Mancha. Cuando la boca se encuentra abierta, existe intercambio de agua de mar y formación de corrientes durante el intercambio.



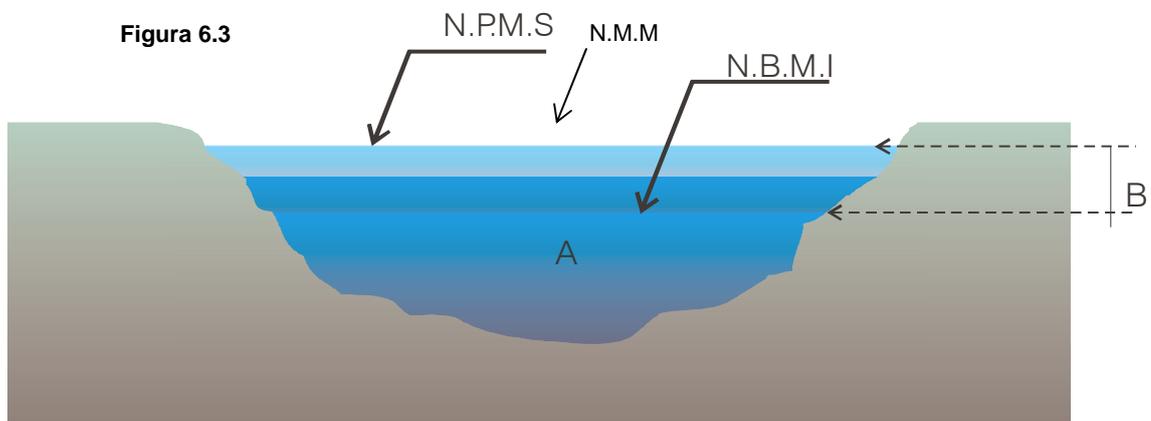
**Figura 6.2** Modelo propuesto que representa la dinámica de las aguas en la laguna de la Mancha cuando la boca se encuentra cerrada. Se propone un movimiento de la masa de agua en un día típico de "Nortes", el color verde indica movimiento de fondo y el amarillo a nivel de superficie.



En forma empírica se ha logrado determinar una ecuación que permita definir el régimen del estuario en forma aproximada, la cual toma en cuenta el área promedio de la boca del río en la desembocadura ( $A_B$ ), que sería el promedio del área de la boca cuando se presenta el nivel de Pleamar Media Superior (N.P.M.S) y el área cuando se presenta el nivel de Bajamar Media Inferior (N.B.M.I) y el prisma de la marea (PM). Se dice que el estuario se encuentra en equilibrio sí se cumple que:

$$PM^2 > 4004AB^{1.115} \quad (6.1)$$

El cálculo del prisma de marea se puede realizar por medio de la ecuación



siguiente:

$$PM = \frac{T}{2} A_B * V \quad (6.2)$$

Donde:  $V$  = velocidad promedio del flujo (m/s).

$T$  = Periodo de la marea (s).

La duración del periodo de flujo se puede determinar con la ayuda de un estadal en el que se verifique el tiempo de la oscilación de la marea, comparándola con los datos teóricos indicados en las Tablas de Predicción de Mareas publicadas por el Instituto de Geofísica de la UNAM, y complementado con los registros de velocidad de flujo, que deberán ser tomados al mismo tiempo que el periodo de la marea. La velocidad de la corriente en superficie, media agua y fondo se puede medir con un flujómetro marca Kahlsico, calibrado.



## 7. OBRAS DE DEFENSA Y ABRIGO.

Cuando una costa no brinda en forma natural la adecuada protección a las embarcaciones que llegan a un puerto, es necesario realizar obras que permitan proteger y que permitan las maniobras de carga y descarga en el puerto, lo cual se puede realizar utilizando rompeolas o escolleras que disminuyan la altura del oleaje incidente al puerto.

La ubicación de un puerto se realiza buscando dar la máxima protección a los buques y a las estructuras marítimas que conforman el puerto, por lo que al construir estructuras de protección se alteran las condiciones tanto del oleaje como del transporte de sedimentos, siendo necesario realizar un estudio de régimen de costas o de estuarios.

Esta protección por medio de escolleras o rompeolas se puede clasificar de la siguiente forma:

1. De acuerdo a su composición se clasifican en:

a) **De un solo brazo** En este caso, el rompeolas o escollera está unido por un extremo a la costa, dando la protección a la RADA del puerto, utilizando un extremo de la costa para formar la boca de ingreso al puerto.

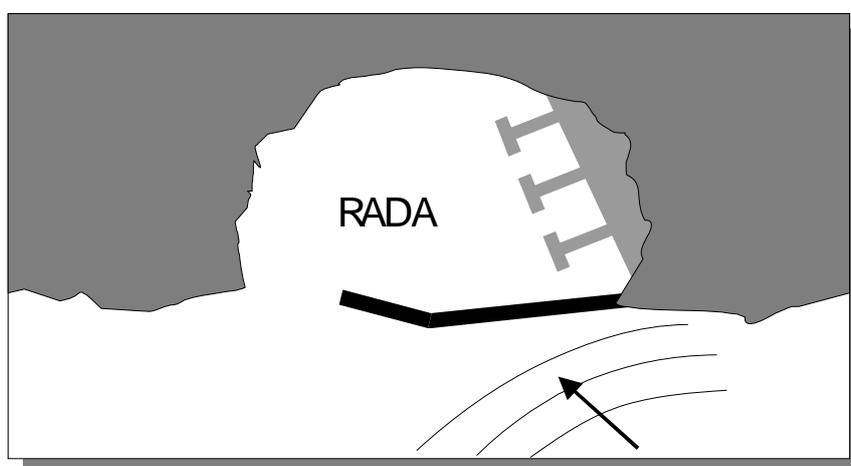


Figura 7.1

b) **De dos brazos, uno de ellos generalmente paralelo a la costa** Este tipo de disposición es común encontrar en aquellas costas donde se presentan condiciones desfavorables para conformar una bahía, así como en aquellos lugares en que la variación en la dirección del oleaje no permita realizar estructuras de un solo brazo.

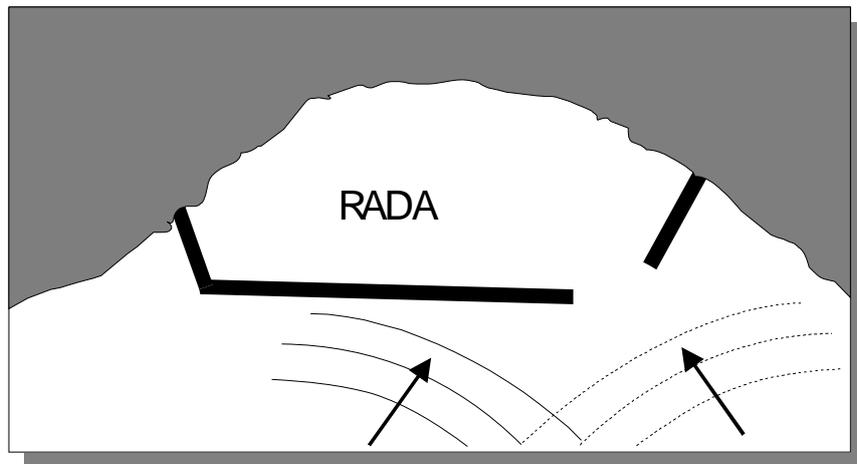


Figura 7.2

- c) **De dos brazos, uno de ellos no unido a la playa** Con la finalidad de contar con dos entradas al puerto, uno de los rompeolas o escollera se construye separado por ambos extremos de la costa, permitiendo formar dos entradas o salidas al puerto, que la mayoría de los casos son puertos militares.

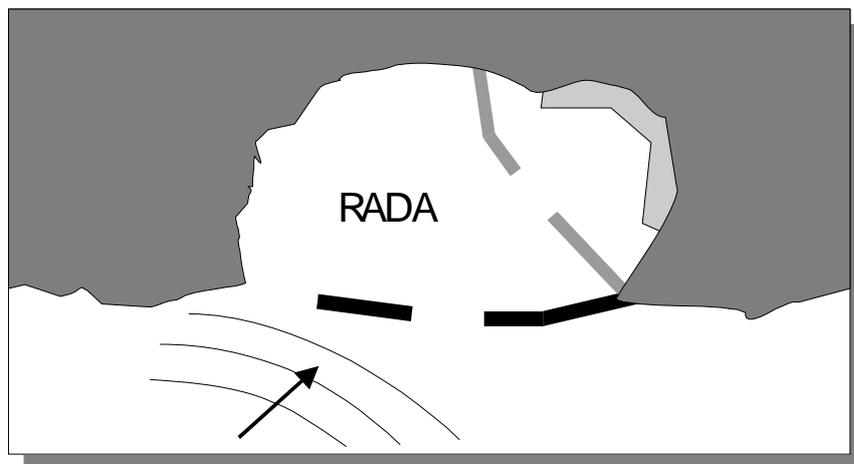


Figura 7.3

La selección de uno o dos brazos depende directamente de la dirección del viento dominante y del máximo oleaje que se presente, tomando en cuenta la frecuencia en los cambios de dirección de los vientos dominantes secundarios y la altura del oleaje que produzcan.

Dado que la función principal de estas estructuras es la de disminuir la altura del oleaje, en muchas ocasiones en puertos grandes donde la extensión de la RADA sea de tal magnitud que se pueda generar oleajes de relativa importancia es común en estos casos que se construyan rompeolas o escolleras en el interior del puerto



2. De acuerdo a su geometría se clasifican en:

- a) **De talud con pendientes tales que disipe la energía de la ola.**
- b) **De talud vertical** En este caso la estructura no permite la disipación de la energía del oleaje, ya que no produce el rompimiento de la ola.
- c) **Mixto** Este tipo de estructura toma en su parte superior una estructura vertical y en la parte inferior una de talud. Se ha encontrado en la práctica que este tipo de estructura no da buenos resultados, ya que el oleaje incidente no llega a generar en una forma bien definida el rompimiento del oleaje, llegándose a tener problemas de erosión al pie de la estructura.

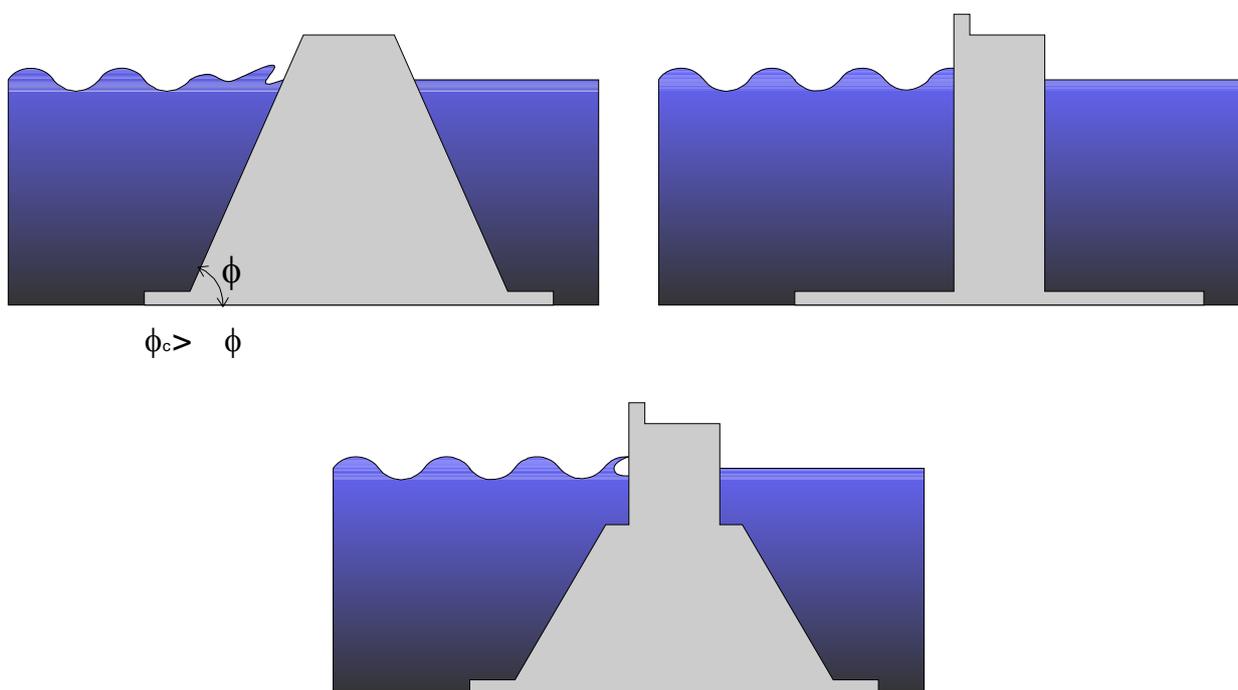


Figura 7.4

3. Desde el punto de vista estructural se consideran que son flexibles cuando se forman de material graduado y rígido si son de pared vertical.
4. De acuerdo al material que lo forma se puede clasificar en:
  - a) Enrocamiento.
  - b) Elementos artificiales: estos pueden ser bloques de concreto ya sea precolados o colados en sitio; siendo las formas más comunes los tetrapodos, tribarras, terópodos, octópodos, cajones, bolsacreto y combinados.
  - c) Tablaestacados.



**7.1 DISEÑO DE ROMPEOLAS O ESCOLLERAS.**

El diseño de un rompeolas o escolleras debe tomar en cuenta la geometría de la sección transversal, para que esta sea la más económica posible, es decir existe una estrecha relación entre la geometría y el tamaño de los elementos que conforman la estructura.

En general los rompeolas de talud tienen un remate de concreto que recibe el nombre de coronamiento y su función es recibir como pantalla para evitar el rocío de la ola al romper, y que permite que la carga almacenada al descubierta no se pierda o también para alojar diversos tipos de instalaciones en los muelles. A veces esta parte de la estructura no se hace necesaria por lo cual se suprime como es el caso de los rompeolas aislados, sin embargo se acostumbra tener una plataforma para tener acceso a los señalamientos que se ponen en el morro. A continuación se presentan las secciones que tienen un rompeolas o escollera.

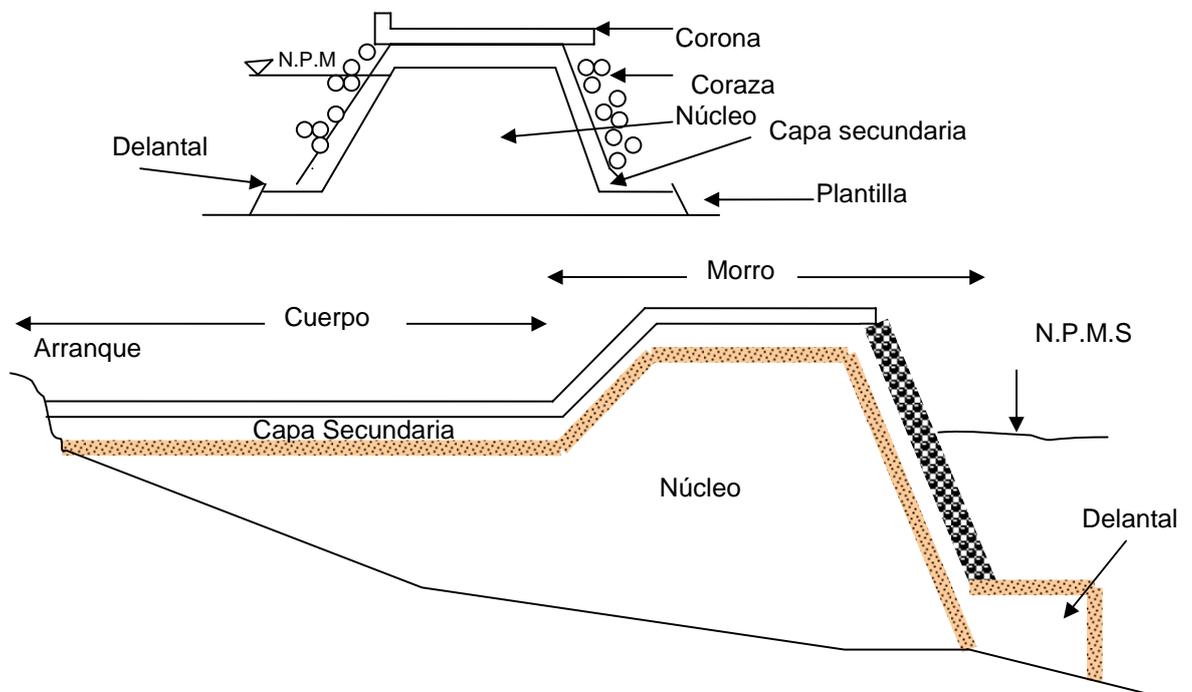


Figura 7.5

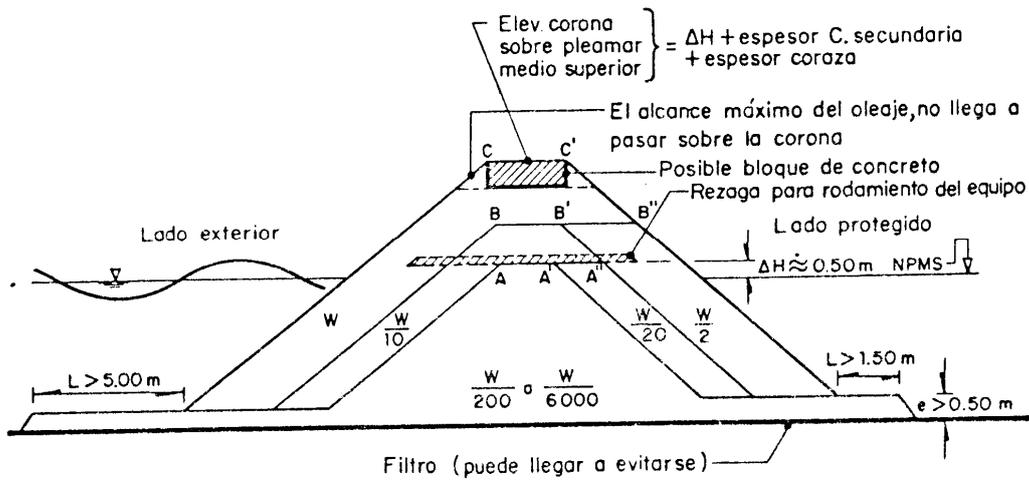


Figura 7.6 Sección para oleaje rompiente, sin paso de la ola sobre la corona.

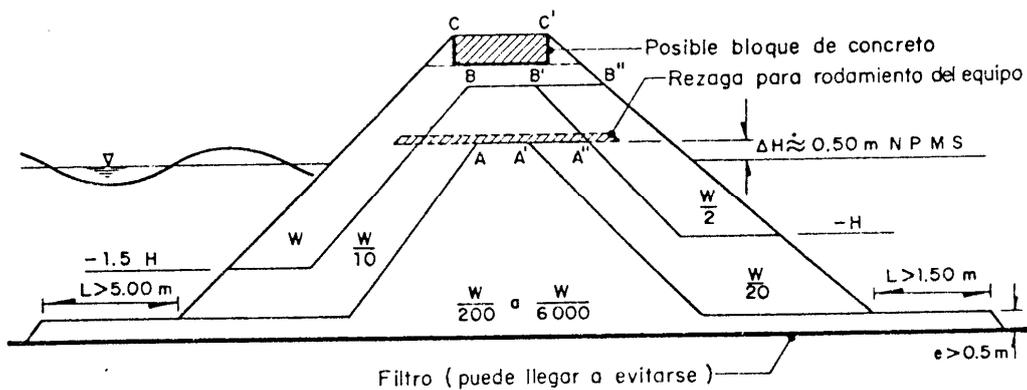


Figura 7.7 Sección para oleaje no rompiente, sin paso de la ola sobre la corona.

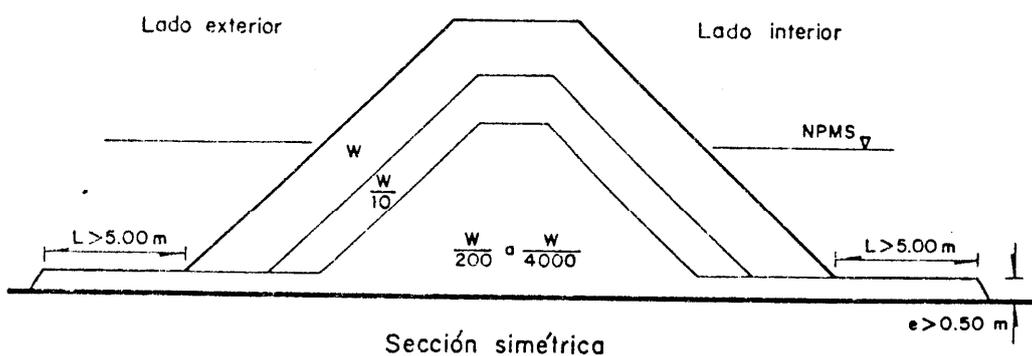


Figura 7.8 Sección transversal para el morro de una escollera formada con enrocamiento o elementos prefabricados



## 7.2 Distribución de tamaños a lo largo de la escollera o rompeolas.

La profundidad del mar a lo largo de la estructura varía desde cero en la zona del arranque hasta una profundidad máxima frente al morro, y como esa profanidad determina la altura máxima del oleaje, la ola de diseño teórico para cada sección de la estructura variará de un máximo valor frente al morro a cero cerca del arranque. Por tanto, el tamaño teórico de los elementos de roca podrá variar de sección a sección. Esta variación continua de tamaños no es práctica desde el punto de vista constructivo, sin embargo permite utilizar adecuadamente todos los tamaños de roca obtenidos en el banco de roca o pedrera. Por otra parte si no se desea hacer lo anterior se recomienda que la longitud total de la obra se divida en 2 a 4 zonas y cada una se diseñe para diferente altura de oleaje. Dicho oleaje se considera casi siempre rompiente, excepto en el primer tramo que incluye el morro, ya que ahí el oleaje podrá romper o no romper.

Los factores que determinan la construcción de un rompeolas son de diversa índole como las de carácter técnico, costo, material de la región, las cuales son manejados dentro de un estudio económico, tomando en cuenta: la dirección del oleaje, intensidad si es rompiente y alcance de la ola; la configuración de la línea de costa; el tamaño del puerto a proteger y su importancia; dirección del eje del rompeolas; batimetría del lugar donde se desplantara la estructura; disponibilidad de materiales para la construcción que existan en la región; proximidad a vías de comunicación terrestre; maquinaria disponible para acelerar el proceso de construcción, etc.

Para el diseño del peso que debe tener los elementos se recomienda los siguientes métodos.

7.2.1 MÉTODO DE IRIBARREN.- propuesto en 1933, propone la siguiente formula para calcular el peso de los elementos que componen la coraza ( $W$ ).

$$W = \frac{kHd\gamma_s}{(\cos\theta - \text{sen}\theta)^3 (S_s - 1)^3} (kg) \quad (7.1)$$

Donde:

$k$  = coeficiente experimental cuyo valor varia de 0.015 para bloques artificiales de forma paralelepípeda y 0.2 para enrocamiento.

$Hd$  = altura de la ola de diseño, si la estructura se encuentra expuesta a un oleaje rompiente  $Hd=Hr$ .

$\gamma_s$  = peso específico del material de la coraza en Ton/m<sup>3</sup>.

$\theta$  = ángulo que forma el talud con el fondo del mar.

$S_s$  = densidad relativa,  $S_s = \gamma_s/\gamma$

7.2.2 MÉTODO DE LOS INGENIEROS DE LA ARMADA DE HUDSON (1953)

$$W = \frac{\gamma_s Hd^3}{K_D (S_s - 1)^3 \cot\theta} \quad (7.2)$$

## INGENIERÍA DE COSTAS



Donde:  $W$  en kgf.  
 $\gamma_s$  en kgf/m<sup>3</sup>.  
 $H_d$  en m.

$K_D$  = coeficiente de estabilidad que varía con la naturaleza de los elementos que componen la coraza y cuyos valores se presentan en la tabla 7.1, considerando daños de cero y en la tabla 7.2 para porcentajes de daños mayores hasta 50%.

**Tabla 7.1** Valores recomendados de  $K_D$  para determinar el peso de las unidades de coraza (criterio sin daño y mínima erosión, según CERC)

Tipo de elementos en la coraza	n(1)	Colocación	Cuerpo (tronco) de la escollera $K_D$ (4)		Morro de la escollera $K_D$		Talud cot $\theta$
			Ola rompiente	Ola no rompiente	Ola rompiente	Ola no rompiente	
Roca de cantera Lisa y redondeada	2	Azar	2.1	2.4	1.7	1.9	1.5 a 3.0 (5)
Lisa y redondeada	> 3	Azar	2.8	3.2	2.1	2.3	
Rugosa y angulosa	1	Azar(2)	(2)	2.9	(2)	2.3	
Rugosa y angulosa	2	Azar	3.5	4.0	2.9 2.5 2.0	3.2 2.8 2.3	1.5 2.0 3.0
Rugosa y angulosa	> 3	Azar	3.9	4.5	3.7	4.2	(5)
	2	Especial(3)	4.8	5.5	3.5	4.5	(5)
Tetrápodo y Cuadrípodo	2	Azar	7.2	8.3	5.9 5.5 3.7	6.6 6.1 4.1	1.5 2.0 3.0
Tribar	2	Azar	9.0	10.4	8.3 7.8 7.0	9.0 8.5 7.7	1.5 2.0 3.0
Dolos	2	Azar	22.0(6)	25.0(6)	15.0 13.5	16.5 15.0	2.0(7) 3.0
Cubo modificado	2	Azar	6.8	7.8	--	5.0	(5)
Hexápodo	2	Azar	8.2	9.5	5.0	7.0	(5)
Tribar	1	Uniforme	12.0	15.0	7.5	9.5	(5)

- (1) Número de elementos de la capa de coraza
- (2) El uso de una capa de coraza formada con un solo elemento de roca sujeta a olas rompientes no es recomendada y sólo bajo condiciones especiales para olas no rompientes. Cuando se emplee las rocas se deben colocar cuidadosamente
- (3) Colocación especial con el eje longitudinal de la roca puesto en dirección perpendicular al paramento de la escollera
- (4) Aplicable en taludes comprendidos entre 1.5:1 y 5:1
- (5) Hasta no tener más información disponible acerca de la variación de  $K_D$  con respecto al talud, el uso de  $K_D$  deberá limitarse a taludes comprendidos entre 1.5:1 y 3:1. Esto se debe a que los resultados de algunas pruebas indican dependencia del valor de  $K_D$  con el talud
- (6) Datos disponibles únicamente para taludes 2:1
- (7) Pendientes mayores de 2:1 no son recomendables en la actualidad



**Tabla 7.2** Valores de  $K_D$  en función del daño sobre la coraza y el tipo de elementos utilizados

Tipo de elemento		Daños, en porcentaje (D)						
		0 a 5	5 a 10	10 a 15	15 a 20	20 a 30	30 a 40	40 a 50
Roca de cantera (lisa)	$H/H_{D=0}$	1.00	1.08	1.14	1.20	1.29	1.41	1.54
	$K_D$	2.4	3.0	3.6	4.1	5.1	6.7	8.7
Roca de cantera (rugosa)	$H/H_{D=0}$	1.00	1.08	1.19	1.27	1.37	1.47	1.56
	$K_D$	4.0	4.9	6.6	8.0	10.0	12.4	15.0
Tetrápodo y cuadrípodo	$H/H_{D=0}$	1.00	1.09	1.17	1.24	1.32	1.41	1.50
	$K_D$	8.3	10.8	13.4	15.9	19.2	23.4	27.8
Tribar	$H/H_{D=0}$	1.00	1.11	1.25	1.36	1.50	1.59	1.64
	$K_D$	10.4	14.2	19.4	26.2	35.2	41.8	45.9

7.2.3 MÉTODO DE BEAUDEVIN.- propuesto en 1955, plantea la siguiente expresión.

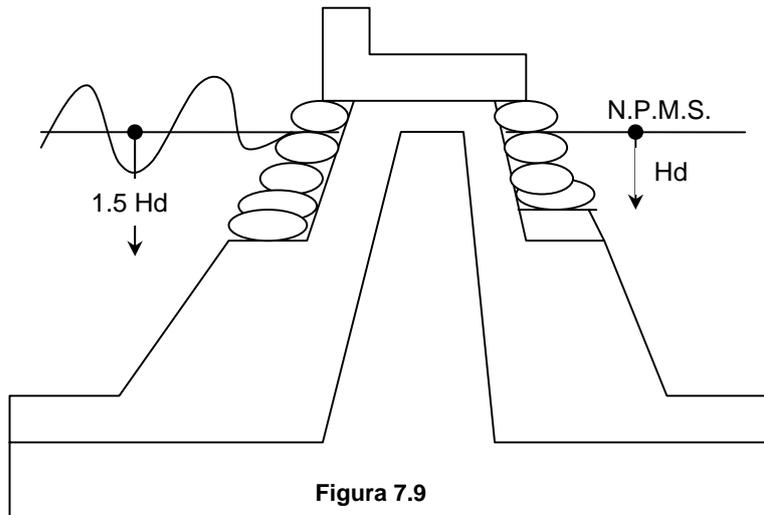
$$W = \frac{K_b H d^3 \gamma_s}{(S_s - 1)^3} \left( \frac{1}{\cot \theta - 0.8} - 0.15 \right) \quad (7.3)$$

Donde:  $W$  en toneladas.

$\gamma_s$  en  $\text{ton/m}^3$ .

$K_b$  coeficiente que varía conforme a la naturaleza del material que conforma el material de la coraza, tomando un valor entre 0.35 y 0.7 para material natural y de 0.06 a 0.07 para material prefabricado.

Si el oleaje rompe contra las estructuras, el talud expuesto se construye con rocas o elementos prefabricados con peso  $W$ , y el lado protegido con elementos de peso  $W/2$ , la capa secundaria tendrá elementos con peso  $W/10$  del lado expuesto y  $W/20$  del lado protegido. El núcleo, lo mismo que la plantilla, se formará con elementos que varían en peso de  $W/200$  a  $W/600$ , cuando la coraza sea de material prefabricado. Cuando el oleaje es no rompiente se tiene que la sección transversal varía siendo posible eliminar una parte de la coraza de la forma como se muestra en las siguientes figuras:



En el caso del morro la sección transversal será simétrica y el núcleo será formado con material mínimo de  $W/400$  cuando es de material natural la coraza y  $W/200$  cuando se tenga material prefabricado. El delantal será conformado del mismo material que da el núcleo y tendrá un espesor mínimo de 50cm. teniendo una longitud mínima de 5m. del lado expuesto y de 1.5m del lado protegido. El ancho de la corona (B) se calcula con la siguiente expresión:

$$B = nK_{\Delta} \left( \frac{W}{\gamma_s} \right)^{1/3} \tag{7.4}$$

Donde:  $B$  en m.  
 $n$  = número de elementos que conforman el amarre.  
 $K_{\Delta}$  = coeficiente de capa que varía en función de “ $n$ ” y del material que conforma la coraza, recomendándose los valores de la tabla 7.3

**Tabla 7.3** Coeficientes de capa y porosidades de varios tipos de elementos de coraza

Elemento de coraza	n	Colocación	Coeficiente de capa $K_{\Delta}$	Porosidad (P), en porcentaje
Roca de cantera(lisa)	2	Volteo	1.02	38
Roca de cantera(rugosa)	2	Volteo	1.15	37
Roca de cantera(rugosa)	>3	Volteo	1.10	40
Cubo modificado	2	Volteo	1.10	47
Tetrápodo	2	Volteo	1.04	50
Quadrípodo	2	Volteo	0.95	49
Hexápodo	2	Volteo	1.15	47
Tribar	2	Volteo	1.02	54
Dolos	2	Volteo	1.00	63
Tribar	1	Uniforme	1.13	47



### INGENIERÍA DE COSTAS

El espesor de la coraza y la capa secundaria se calculan por medio de una ecuación semejante a la anterior, pero “ $n$ ” es el número de capas que generalmente es 2.0

$$\therefore E = 2K_{\Delta} \left( \frac{W}{\gamma_s} \right)^{1/3} \quad (7.5)$$

Para conocer el número total de elementos en un área determinada del talud se usa la siguiente expresión:

$$N = nK_{\Delta} \left( 1 - \frac{P}{100} \right) \left( \frac{\gamma_s}{W} \right) A \quad (7.6)$$

Donde:  $P$  es la porosidad en porcentaje, la cual varía en función de “ $n$ ” y del tipo de material de la coraza, obteniendo sus valores de la tabla 7.3

El núcleo está formado con rocas y rezaga de menor tamaño, siendo necesario para formar el talud de diseño usando maquinaria especial, dado que el ángulo de reposo del material sumergido es menor que en la superficie. La altura del rompeolas o escollera estará definido por el alcance de la ola, aunque por proceso constructivo en algunos casos esta altura sea mayor teniendo la precaución de que el nivel máximo del núcleo coincida con el nivel de pleamar media superior (N.P.M.S.), estando finalmente sujeta la altura total de la obra o los espesores de las capas que lo conforman.

### 7.3 Diseño de espigones.

Otro elemento de protección es el espigón, el cuál sirve para proteger una línea de playa o posta contra la erosión o el asolvamiento y en algunas ocasiones también se emplea para ganar terreno al mar, estos elementos arrancan perpendicularmente desde la línea de playa o costa hacia el mar, hasta una profundidad tal que toque la batimétrica en -2 o -4 aunque para evitar la erosión se ha encontrado experimentalmente que los espigones paralelos a la playa y separados de está se evita el oleaje paralelo a la costa, sin embargo esté tipo de espigones son mas costosos y su mantenimiento es mas difícil de realizar.



Figura 7.10

## INGENIERÍA DE COSTAS



Los espigones se pueden clasificar en: impermeables, permeables y ajustables; estos últimos están formados por tablonces inclinados que se apoyan en pilotes.

No existe un criterio definitivo para diseñar una protección eficiente con espigones, sin embargo a continuación se dan las siguientes recomendaciones para su diseño y construcción:

- Se considera que el espigón se forma por medio de 3 tramos.
- El primer tramo horizontal sobre la costa o berma se extiende desde la playa a una elevación que corresponda al nivel de la playa, teniendo un anclaje tal que no permita su separación de la costa (generalmente la berma esta localizada entre 2 y 5 m. sobre el nivel medio del mar), con altura final donde empieza el nivel de pleamar media superior.
- El segundo tramo debe ser aproximadamente con pendiente similar al de la playa terminando donde empieza el último tramo.
- El tercer tramo tendrá una altura de 0.5 m. sobre el nivel medio del mar, siendo horizontal su corona y terminado en la batimétrica -2 o -4, en algunas ocasiones este último tramo se puede suprimir.
- La separación entre espigones se recomienda que sea de 2 a 3 veces la longitud de trabajo.
- El tamaño de los elementos que forman lo espigones se puede calcular de acuerdo al peso requerido como se vio en el Método de la Armada de Ingenieros o el de Iribarren, pero debido a las dificultades que se presentan en su construcción se puede utilizar una sola capa en lugar de las 3 capas recomendadas. Debe tenerse especial cuidado de que cuando la altura del oleaje sea  $\leq 1.5$  m el peso de los elementos que formen la corza quede comprendido entre  $0.22 w_{50} \leq w < 3.6 w_{50}$ , siendo:

$$w_{50} = \frac{\gamma_s H^3}{Krr \left( \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \right)^3} \cot \theta \quad (7.7)$$

Donde: Krr = coeficiente de estabilidad el cual se considera igual a 2 cuando se tiene oleaje rompiente y 2.5 para no rompiente. Si  $H > 1.5$  m el material debe ser más uniforme y Krr tomará el valor de Krr=3.9 para rompiente y Krr=4.5 para no rompiente.

$\theta$  = ángulo que forma el talud del espigón con la horizontal.

- El núcleo será de material con peso que varié entre  $W/10$  y  $W/20$
- El espigón deberá ser construido sobre un filtro sintético que evite el paso y movimiento ascendente de la arena de fondo, ya que de lo contrario se presentarán asentamientos de la estructura.

## INGENIERÍA DE COSTAS



- i) El ancho del espigón se puede calcular de la misma forma como se señaló para las escolleras, aunque en la mayoría de los casos este ancho estará en función de la maquinaria que se utilice para su construcción.

No debe olvidarse que al construir una obra marítima generalmente, se modifican las condiciones del Régimen de Costas, por lo que deberá revisarse en forma periódica y sistemática las erosiones locales que se puedan presentar al pie de la estructura.

Otra forma de dar protección a las costas es construyendo pedraplenes o protecciones longitudinales a lo largo de la costa, siendo necesario realizar un análisis de Beneficio – Costo para justificar su construcción.

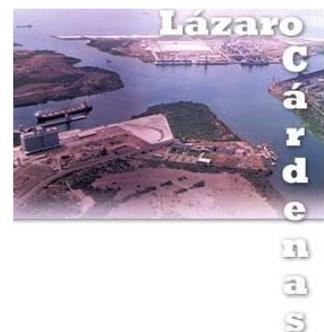
### 7.4 Señalamientos.

Dentro de las obras de protección y abrigo se consideran también los señalamientos marítimos como son los faros, balizas, bollas, señales eléctricas y el radar.

- Los faros se pueden clasificar en: De Recalada (en puertos de numeroso tráfico marítimo); Intermedios, de menor tamaño que los anteriores en puertos de bajo tráfico marítimo; De Situación, en partes accidentadas o de bajo calado; Buques Faro, embarcaciones que mueven su señal luminosa a zonas de poco calado o para mejorar el tráfico en un puerto.
- Las balizas son torres estructurales con menor tamaño que los faros, pero que también cuentan con una señal luminosa y sirven para indicar zonas accidentadas dentro del puerto o en los extremos de las escolleras y rompeolas, en el muelle, en los duques de Alba, etc. así como permite encausar o dirigir a las embarcaciones al muelle.
- Las bollas son flotadores unidos por medio de una cadena o cable a un cuerpo sumergido denominado muerto y se utilizan para delimitar lateralmente los canales navegables, indican peligros naturales o artificiales y señalar configuraciones marítimas importantes para la navegación, para lo cual las bollas tienen diferentes formas y colores que permiten identificar fácilmente zonas de peligro, canales navegables, sentido de tránsito marítimo, puntos de recalada temporal, etc.

## 8. EL PUERTO.

Un puerto se considera que es el conjunto de obras, instalaciones y organizaciones, que permiten al hombre utilizar un lugar para realizar el enlace del tráfico terrestre con el tráfico marítimo o viceversa, por lo cual las





## INGENIERÍA DE COSTAS

estructuras que se deben de construir en el puerto buscarán satisfacer el objetivo antes indicado.

Los puertos se pueden clasificar en: exteriores o marítimos, fluviales y fluviomarítimos, de acuerdo con su ubicación geográfica; se clasifican en: cerrados y abiertos de acuerdo con la amplitud de las mareas siendo necesario cerrar los puertos cuando la variación de los niveles es por las mareas es mayor de 4.5m, por su función se pueden clasificar en comerciales, de cabotaje, de altura, pesqueros, turísticos y navales.

Un puerto en forma genérica estará compuesto por los siguientes elementos y servicios:

**8.1 Obras de protección** Son los rompeolas o escolleras que permitan disminuir la variación de los niveles del mar dentro del puerto; espigones y señalamientos, que se vieron a detalle en el tema anterior.

**8.2 RADA** Es aquella zona protegida contra el oleaje donde las embarcaciones pueden anclar dentro del puerto en forma momentánea, así como es la superficie de mar donde las embarcaciones realizan sus maniobras de cambio de dirección, por lo anterior la rada estará definida en su magnitud en relación directa al tipo y número, así como frecuencia de las embarcaciones que tendrán acceso al puerto.



Figura 8.1

**8.3 Muelle** Es la estructura marítima que permite el ascenso y descenso de pasajeros y mercancías del puerto a las embarcaciones o viceversa. Este tipo de estructura se diseña en función de la magnitud de las mercancías que se pretenden transportar, estando sujeta su altura en función directa de las mareas que se presenten en la zona de estudio, por lo cuál en zonas donde la variación entre la



## INGENIERÍA DE COSTAS

pleamar y la bajamar son mayores de 4 m, se recomienda la construcción de muelles flotantes, unidos por medio de estructuras móviles a los muelles fijos.

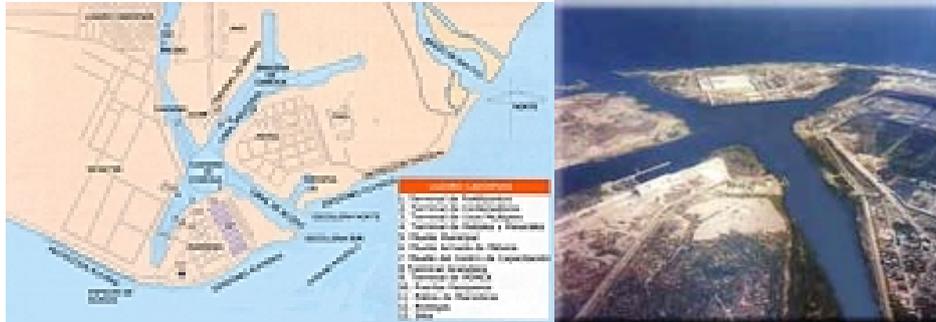


Figura 8.2 Puerto Lázaro Cárdenas, Mich.

Por su disposición los muelles se pueden clasificar de la siguiente manera:

- a) **Muelle marginal** Es aquel cuya plataforma o cubierta está unida y apoyada en tierra, a lo largo de toda su longitud o por medio de accesos cortos, siendo su paramento de atraque, sensiblemente paralelo a la orilla de la costa.
- b) **Muelle en espigón** Es aquel que arranca de tierra hacia el agua en posición perpendicular o inclinada con respecto a la línea de costa, con paramento de atraque en ambos lados. Este tipo de muelles se puede subdividir en:
  - Muelle cuadrado (las embarcaciones se pueden instalar a atracar en tres paramentos)
  - Muelle en ángulo recto con atracadero en cada uno de los lados
  - Muelle en ángulo recto con 2 atracaderos a cada lado
  - Muelle en ángulo agudo con un atracadero a cada lado
  - Muelle en ángulo agudo con 2 atracaderos a cada lado
  - Muelle en ángulo recto con un barco grande y uno pequeño a cada lado
- c) **Muelle aislado** Es aquel que no está ligado directamente a la costa, y el traslado de los pasajeros y mercancía se realiza transbordando a una embarcación de menor calado.
- d) **Muelle tipo "T"** Es una estructura del tipo marginal conectada a tierra por medio de un muelle menor, lo que permite tener diferentes tipos de embarcaciones en este tipo de estructura.
- e) **Muelle tipo "U"** Es una estructura de tipo marginal conectada a tierra por 2 accesos perpendiculares a la línea de costa, este tipo de muelle se acostumbra utilizar cuando se tienen problemas de calado en el puerto y el tráfico marítimo es pequeño.



Por su estructuración los muelles se pueden clasificar de la siguiente forma:

- a) **Muelles de muros de gravedad** Son aquellos que generalmente son marginales a la costa, y en virtud de su gran sección y peso resiste el empuje del mar. Pueden ser de muros de bloques precolados o muros de bloques de concreto colado "in situ".
- b) **Muelle de muros estructurados de concreto armado** Son aquellos cuyo paramento de atraque está constituido por una pared relativamente delgada, unida a tierra por elementos estructurales de apoyo y anclaje (contrafuertes).
- c) **Muelles de tablaestacado de acero** Son aquellos que se pueden conformar de elementos prefabricados que pueden formar una pared o una celda. Los de tablaestacado de pared deben de contemplar para su diseño estructural el momento flexionante producto del empuje del agua y del relleno en el paramento seco. En el caso de los tablaestacados formando celdas, su diseño se hace sin tomar en cuenta el momento flexionante, pero se toma en cuenta el esfuerzo de tensión a todo lo largo de la unión de un tablaestacado, con las contiguas tensiones que son producidas por los empujes de los materiales con que se rellenan las celdas.
- d) **Muelles de pilotes** Son aquellos cuya plataforma de maniobras se apoya en forma directa en pilotes, presentando grandes ventajas y economía en su construcción, los pilotes pueden ser construidos con madera, con fierro, de concreto o mixtos.
- e) **Muelle de pilas** Es aquel que sustenta su plataforma de operación en pilas de concreto o de madera, y cuya profundidad de desplante, no necesariamente es hasta una capa de fondo marino resistente. Por la limitación anterior, el tonelaje de mercancía en este tipo de muelle se ve sensiblemente disminuido, con respecto al muelle de pilotes.
- f) **Muelles flotantes** Son aquellos muelles que se sostienen sobre el agua por medio de flotadores, que pueden estar anclados, amarrados y/o guiados para subir y bajar con la marea. Igual que los muelles de pilas, este tipo de estructuras también se ve limitado en el tonelaje de las mercancías a movilizar.

#### 8.4 Malecones

Los malecones son estructuras que se construyen paralelas o sensiblemente paralelas a la línea de la costa, con la finalidad de delimitar una zona terrestre de una fluvial o marítima. La finalidad principal de un malecón es contener el relleno que se encuentra en su parte posterior, sirviendo como paseo y ocasionalmente utilizarse como atracadero y amarre de embarcaciones, en cuyo caso deberá contarse con los elementos de atraque necesario.



## INGENIERÍA DE COSTAS

Los muros de un malecón, pueden estar formados por bloques precolados de concreto o colado “in situ”, cajones de concreto, tablaestacados, ya sean de concreto o metálicos, celdas de tablaestacado metálico o por un enrocamiento coronado con una plataforma de concreto.

### 8.5 Defensas de atraque

Con la finalidad de evitar los daños por impacto y desgaste entre barcos y estructuras, se deberá de proveer al puerto de obras de defensa.

Las defensas se pueden clasificar en flexibles, elásticas, de gravedad, flotantes y mixtas.

Las defensas flexibles y las elásticas son las que absorben directamente parte de la energía del choque, como es el caso de las defensas hechas con madera, con hule y las de resorte.

Las defensas de gravedad funcionan de tal modo que la energía del choque se absorbe por un desplazamiento vertical y horizontal de una determinada masa suspendida de la estructura de muelle.

Los elementos de defensa flotante, se sostienen en el agua sin hundirse, pero están sujetas al muelle de tal modo que se desplazan al contacto con las embarcaciones.

Las mixtas son la combinación de dos o más tipos de defensas antes mencionadas.

En la fabricación de las defensas de atraque, pueden usarse principalmente henequén, madera, hule, concreto, hierro, acero y combinación de estos materiales.

Con productos de henequén o fibras semejantes, se fabricarán las defensas de guirnalda, cuyo uso está restringido a muelles para embarcaciones pequeñas.

En el caso de las defensas con pilotes y/o piezas rectangulares, deberán ser de maderas duras y/o tratadas.

El hule que se utilice para defensas deberá cumplir con las siguientes características, conforme a las normas de construcción de obras marítimas y portuarias de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (S.C.T.):

- Dureza: 65%
- Deformación: 400%
- Resistencia a la ruptura: 210 Kg/cm<sup>2</sup>
- Resistencia al desgarre: 50 Kg/cm<sup>2</sup>



## 8.6 Elementos de amarre

Son dispositivos a los que se sujetan las embarcaciones por medio de cabos, cables o cadenas para atracarse o fondearse al muelle. Los elementos más importantes de amarre son las bitas, las cornamusas, las argollas, las anclas, los ganchos y los muertos. Se instalan en el muelle, en las embarcaciones y en algunas ocasiones próximos a la tierra o en el mar dentro de la RADA.



Figura 8.3 Diferentes tipos de Bitas.



Figura 8.4 Cornamusas.

Existen también estructuras de mar que suelen llamarse de amarre, como las plataformas marítimas y los duques de alba, que sirven más bien a las embarcaciones para atraque, apoyo o guía, ya que por sí solas constituyen verdaderos elementos de amarre. En este caso se instalan bitas, cornamusas o argollas para la sujeción de las embarcaciones.

Para los fines de funcionamiento el término amarre comprende tanto el elemento fijo que asegura a la nave, como los accesorios usados para sujetarla, ocasionalmente pueden aprovecharse como elementos de amarre, sobretodo para embarcaciones pequeñas, los estacones, árboles, pilotes aislados, rocas y otros elementos similares.

## 8.7 Duques de alba

Son estructuras aisladas que pueden estar formadas por uno o varios pilotes verticales, inclinados o combinación de ellos, los cuales sirven como guías a la entrada de una esclusa, en los atracaderos de los transbordadores, para maniobras de amarre y atraque; estos elementos también pueden ser utilizados virtualmente como un muelle en espigón.

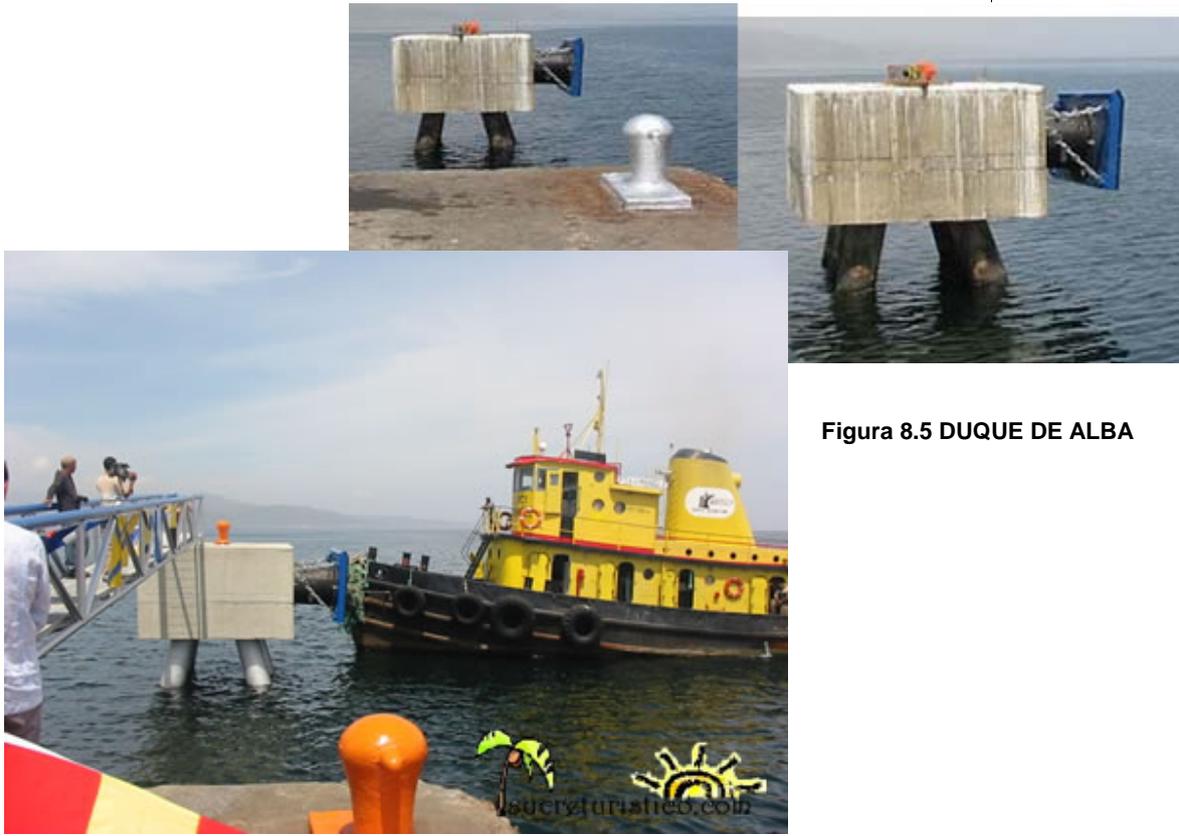


Figura 8.5 DUQUE DE ALBA

Generalmente los duques de alba pueden funcionar también para el anclaje de las embarcaciones, permitiendo por medio de una plataforma instalar una bita en su parte superior.

### 8.8 Almacenes portuarios

Los almacenes para servicio portuario son sitios donde se guardan mercancías, siendo posible establecer, si la mercancía lo permite, al aire libre, semiabiertos o cerrados, en ellos se establecen los medios de seguridad contra manipulaciones indebidas, contra incendios y accidentes, para prevenir robos y facilitar la vigilancia fiscal.

Aunque son sinónimos los términos almacén y bodega, este último nombre se deja preferentemente para los depósitos en los que se guardan mercancías dentro de las embarcaciones.

Por su función y servicio los almacenes se pueden clasificar de la siguiente manera:

- a) **Almacén de tránsito** Se utiliza para recibir, manejar y guardar mercancía, que en poco tiempo se cargarán a medios de transporte terrestre o marítimo.
- b) **Almacén especializado** Se utiliza para guardar y distribuir un determinado tipo de carga que por su consistencia, estado físico y manera de empaquetarse



## INGENIERÍA DE COSTAS

requieren locales con características particulares, incluyendo su mecanización. Dentro de este tipo de almacenes se consideran aquellos destinados al manejo de granos, dentro de los cuales están los silos; al manejo de combustibles, explosivos, líquidos, sustancias químicas, materiales para trabajos portuarios y también los frigoríficos.

- c) **Almacén general** Se llama a aquel que admite toda clase de mercancía para su costo día, a condición de que estén bien empaquetados y envasados, con el embalaje apropiado y que su manejo no requiera cuidados especiales.
- d) **Almacén estacionario** Es aquel en que las mercancías se custodian por largo tiempo.

Los almacenes mencionados anteriormente deben de cumplir con una serie de especificaciones generales que establece la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (S. C. T.), en lo relativo a sus dimensiones, orientación, ventilación y áreas de circulación, lo que permite dar la seguridad a la mercancía almacenada.

### 8.9 Diques secos

Es el lugar destinado para efectuar las operaciones de limpieza y/o reparación que se requieren en los barcos generalmente de gran calado. Está constituido por una estructura de muros de gravedad y losa de concreto en el fondo, cerrada por una compuerta que controla la entrada y salida de las embarcaciones, un sistema de achique y llenado y de los talleres necesarios para fabricar o reparar las piezas que se necesitan en las embarcaciones.

Para poner en seco el barco dentro del dique se cierra la compuerta y se extrae el agua del recinto, apoyándose la quilla y el fondo de la embarcación sobre bloques de madera dura en la zona de picadero. Conforme se va extrayendo el agua, se van colocando puntales entre los muros perimetrales del dique seco y la embarcación, con la finalidad de evitar cualquier movimiento de la embarcación.

Figura 8.6 DIQUE SECO



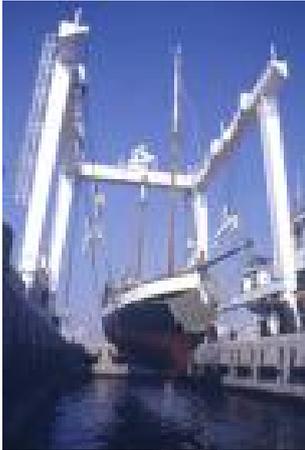
El fondo o losa de fondo del dique seco puede estar apoyada directamente en el terreno natural si este tiene la resistencia adecuada, sin embargo, por su cercanía



## INGENIERÍA DE COSTAS

al mar, generalmente la losa de fondo se apoya sobre pilotes que le permiten transmitir el peso a una capa resistente.

Parte importante de un dique seco lo constituyen sus equipos de bombeo, los cuales tendrán la doble función de extraer el agua del interior del dique cuando se inicien las obras de reparación, como para introducir el agua en el interior del dique seco para poner a flote la embarcación, después de culminadas las obras de reparación.



Por la magnitud de los elementos a movilizar de las embarcaciones generalmente se requiere de la existencia de una gran grúa viajera, que permita la movilización de elementos de gran peso.

La compuerta que obtura el dintel del dique seco por lo general es de tipo flotante, a fin de facilitar sus operaciones tanto de apertura como de cierre del dintel.

El calado de diseño del dique seco debe ser de tal magnitud que permita la entrada y salida de la máxima embarcación de diseño que fue utilizada para el dimensionamiento del puerto.

Figura 8.7 Grúa en Dique seco.

### 8.10 Varaderos

Son estructuras empleadas en la reparación, mantenimiento y limpieza del fondo de las embarcaciones pequeñas. Un varadero está formado principalmente por una rampa, una cuna, maquinaria y cadena. La rampa tiene una parte en tierra y otra en el agua, la parte que está en tierra se llama grada y la que está en el agua se denomina antigrada. La cuna o carro operado por la maquinaria y la cadena se desplaza debajo del nivel del mar, hasta que pueda llegar a la quilla inferior del barco, de donde se sujeta la embarcación y atrayéndola a tierra firme por medio de la cadena se saca del agua la embarcación.



Figura 8.8 Varadero.

Los varaderos se clasifican en longitudinales y transversales, según sea la posición del barco con respecto a la orilla. Sobre la rampa se fijan los rieles sobre los que transitará la cuna que soporta a la embarcación. La cadena o cadenas se atan a la cuna a través de un igualador para repartir las cargas en ella.



Existen varaderos con cunas transferibles, de manera que las embarcaciones puedan transportarse rápidamente a los patios del varadero para que la instalación pueda servir a un mayor número de embarcaciones.

### 8.11 Tuberías submarinas

En todos los puertos es necesaria la instalación de tuberías en el fondo del mar, con la finalidad de permitir la conducción de diversos fluidos, generalmente petróleo y sus derivados, por lo que un servicio que debe proporcionar el Puerto es el de líneas de conducción submarinas.

Los recubrimientos en las tuberías subacuáticas son requeridos por las tuberías de acero, siendo dicho recubrimiento exterior, interior y catódico. El último recubrimiento o protección permite evitar la corrosión acelerada de la tubería, al magnetizarse la tubería de acero por el paso del flujo, y reaccionar con las sales del agua de mar.

El lastre a colocar en las tuberías, consistirá de un recubrimiento de concreto, resinas o combinación de estos materiales, para dar a la línea el peso requerido para contrarrestar las fuerzas de flotación de corrientes y de oleaje.

Cuando las tuberías subacuáticas se encuentren sometidas a corrientes marinas de gran magnitud, deberán ser enterradas en el fondo del mar, evitando de esta manera que se presenten desplazamientos de los conductos, al combinarse con las fuerzas producidas por el oleaje.

Cuando la tubería submarina tenga la posibilidad de que pase una embarcación por encima de ella, esta se deberá de enterrar a tal profundidad que en las acciones de dragado no se llegue a tener problemas de ruptura.

Para probar las tuberías subacuáticas, se debe de contemplar la instalación completa con todos sus accesorios que la conformarán (válvulas, atraques, piezas especiales, etc.) y posteriormente realizar la prueba hidrostática a 2 veces la presión de trabajo y sostenida en 48 horas.

Para su instalación se puede seguir uno de los métodos siguientes:

- a) Soldadura submarina.
- b) Transporte subacuático, arrastrando la tubería por el fondo del mar.
- c) Colocando lingadas o tramos completos en el fondo del mar y levantándose posteriormente para soldarse o unirse con otra lingada.
- e) Mediante un chalán de tendido y una rampa de deslizamiento.

### 8.12 Dragado

Se entiende por dragado a la acción de ahondar y limpiar para mantener o incrementar las profundidades en los puertos o vías navegables. También se puede utilizar este término para sanear terrenos pantanosos, abriendo zanjas que permitan el libre paso del agua estancada, también se puede utilizar el término para



## INGENIERÍA DE COSTAS

eliminar suelos de mala calidad que no permitan el desplante de estructuras marítima en un determinado sitio.

Para fines de dragado, los materiales se pueden clasificar en:

Material A.- Suelo suelto o con poca cohesión, cuya extracción se logra con una draga hidráulica equipada con un equipo de succión únicamente en este caso quedan comprendidos los limos y el fango.

Material B.- Son suelos sueltos con baja cohesión, cuya extracción se logra con una draga hidráulica, en deterioro de su rendimiento por lo pesado del material. Se clasifican dentro de este tipo de material las arenas, gravas, cantos rodados y piedras sueltas.

Material C.- Es aquel suelo semicompactado en que se requiere que la succión esté adicionalmente equipada con un chorro de disgregación, que permita que los materiales semicompactados se comporten en forma individual, y que pueden ser succionados fácilmente. Se clasifican dentro de este tipo las arenas, las gravas, las conchuelas y las arcillas cementadas.

Material D.- En este caso se requiere adicional a la succión elementos que permitan cortar rocas de mediana magnitud o en elementos de gran magnitud en que se requiera de la fragmentación por medio de explosivos, que permitan fracturar la roca hasta tener elementos lo suficientemente pequeños que puedan ser succionados. En este tipo de material, no se deben incluir troncos, raíces, pilotes, fragmentos de roca o boleos que puedan ser extraídos con la draga como piezas sueltas.

### 8.13 Instalaciones y servicios portuarios

Se llama instalaciones y servicios portuarios, al conjunto de elementos, de obras y accesorios reunidos para desempeñar una función secundaria que como complemento de una obra principal o de una organización portuaria, se establece para mejorar su funcionamiento.

a) Dentro de este rubro, se pueden mencionar los siguientes elementos de señalamiento:

- balizas de situación,
- balizas de enfilación,
- boyas,
- señales sonoras,
- radar,
- faros,
- luces.



Figura 8.9 BOYA

b) En otro rubro están los accesorios reunidos para desempeñar una función secundaria que como complemento de una obra principal o de una organización portuaria, se establece para mejorar su funcionamiento y son

## INGENIERÍA DE COSTAS



elementos que permiten la iluminación eléctrica en malecones, muelles, duques de alba, almacenes, patios de acceso, talleres, oficinas y casetas.

- Postes,
- Cables,
- Lámparas,
- Ductos,
- Subestaciones,
- Tomas,
- Casetas,
- Registros,
- Plantas hidroeléctricas,
- Etc.

c) Parte importante de los servicios portuarios son los siguientes servicios:

- Oficinas,
- Casetas,
- Señales,
- Atracaderos
- Embarcaciones especiales para remolque de grandes navíos, este tipo de embarcaciones son elementos necesarios en el buen funcionamiento de un puerto, ya que permiten evitar accidentes provocados por el movimiento de grandes embarcaciones o por situaciones de emergencia.
- Embarcaciones para combatir el fuego,
- Embarcaciones para el traslado de pasajeros y mercancía de un puerto exterior a un puerto interior,
- Ductos,
- Cables,
- Postes,
- Tomas,
- Registros,
- Red de agua potable y
- Red de alcantarillado,
- Tableros y
- Aparatos telefónicos.

En el caso de los ductos se deben de instalar en forma subterránea, evitando las interferencias de comunicación por envenamiento de las ondas sonoras con las ondas eléctricas.



### INGENIERÍA DE COSTAS

Para las redes de agua potable y alcantarillado, se deberá contemplar las estructuras de captación, regularización, distribución y medición en el caso del agua potable, las cuales deberán ser diseñadas conforme a los requerimientos específicos de cada una de las partes que componen el puerto en general, teniendo la previsión de contar con un sistema especial para combatir incendios.

En el caso del sistema de alcantarillado se debe contemplar no sólo el agua de desecho, sino también los elementos de gran magnitud que se pueden presentar en el interior de las tuberías, por lo cual el diámetro mínimo a utilizar es de 30 cm y la velocidad mínima en su interior deberá ser de 0.8 m/s, con lo cual se buscará evitar el taponamiento de los ductos. Dentro de este sistema se debe contemplar el tratamiento de las aguas residuales, evitando de esta manera la contaminación del mar.

- d) Vialidades. Son todos aquellos elementos que permiten la circulación de transportes terrestres entre las instalaciones portuarias, ya sean vehículos automotores o ferroviarios. En este caso las vialidades deberán diseñarse conforme a la magnitud y frecuencia de dichos transportes, permitiendo como parte integral de la vialidad, aquellos espacios que permitan el estacionamiento temporal de los vehículos.

### FIN DEL TEMARIO DEL CURSO DE RÍOS Y COSTAS



**Figura 8.10 CANAL DE PANAMÁ; ESCLUSA; EROSIÓN EN LAS COSTAS; Y RÍO BALSAS**





## 9 PREDICCIÓN DEL OLEAJE

En el diseño de obras marítimas, la definición del oleaje incidente es de gran importancia, ya que como se vio en los temas anteriores, es lo que define su altura del oleaje y resistencia estructural, por lo que al predecir la altura del oleaje que se puede presentar en un determinado sitio de estudio, ya sea por un viento normal o por la presencia de una perturbación atmosférica, permitirá definir los posibles daños que se llegaran a presentar en una estructura especial.

Conforme a lo anterior, es decir a su origen, se puede separar la predicción del oleaje en 2 partes, una debido al viento normal y otra debido al viento originado por perturbaciones atmosféricas.

### 9.1 Predicción del oleaje por vientos normales

Los métodos de predicción permiten obtener la altura y periodo del oleaje a partir de las características del viento que lo generan, así mismo se puede decir que dicho oleaje pasa por 2 zonas, una denominada zona de generación y la otra denominada zona de decaimiento; la primer zona está limitada por el FETCH, que en realidad es la longitud donde el viento tiene una acción directa sobre la superficie libre del agua; la segunda zona está delimitada en el límite del FETCH y donde inicia la zona de aguas intermedias.

De acuerdo a lo anterior se han realizado diversas investigaciones para la predicción de oleaje, las cuales se pueden clasificar de la siguiente manera:

1. **Fórmulas empíricas** Relacionan directamente la altura y el periodo del oleaje con la velocidad del viento y/o la longitud del FETCH; estos métodos son poco confiables por lo que no se verán en el curso.
2. **Ola significativa** Relaciona la altura de la ola significativa ( $H_{1/3}$ ) y el periodo significativo ( $T_{1/3}$ ), con la velocidad y duración del viento, así como la longitud del FETCH. Uno de los métodos de mayor aplicación es el propuesto por Sverdur-Munk-Bretschneider (SMB), el cual se aplica a la condición de aguas profundas y es el más utilizado en problemas de ingeniería.
3. **Método del espectro de energía** Predice las características del oleaje, utilizando la teoría del espectro siendo el método más característico el de Pierson-Neumann-James (PNJ).

#### 9.1.1. Predicción del oleaje en la zona de generación

**Método de Sverdur-Munk-Bretschneider.** Los investigadores elaboración una teoría que sirve para predecir el oleaje en aguas profundas, suponiendo que el viento es constante y sostenido. Los autores consideran que los principales parámetros para la generación de las olas en esta zona son:

- Velocidad del viento formativo ( $U$ )
- Duración ( $t$ );
- Fetch ( $F$ );



**INGENIERÍA DE COSTAS**

- Aceleración de la gravedad (g).

Con este método se obtiene la altura de la ola significativa ( $H_{1/3}$ ) y su periodo significativo ( $T_{1/3}$ ), entendiéndose como ola significativa a la altura de la ola promedio del tercio de las olas más altas que hay en una observación, y al promedio de los periodos comprendidos en el mismo tercio se le denomina periodo significativo. Este par de características son las únicas que se toman en cuenta ya que en aguas profundas la longitud y la celeridad dependen directamente del periodo, es decir:

$$L_o = 1.561 T^2 \text{ y } C_o = 1.561 T \tag{9.1 y 9.2}$$

De lo anterior se puede escribir que:

$$(H_{1/3})_G = f_1 (U, F, t, g) \tag{9.3}$$

$$(T_{1/3})_G = f_2 (U, F, t, g) \tag{9.4}$$

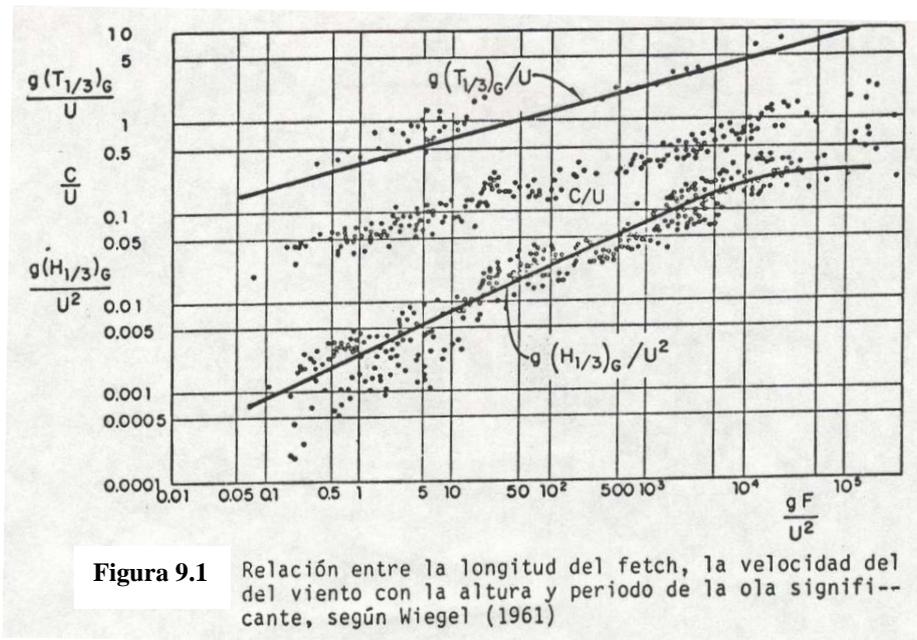
Donde: el subíndice **G** indica que las características del oleaje son para la zona de generación.

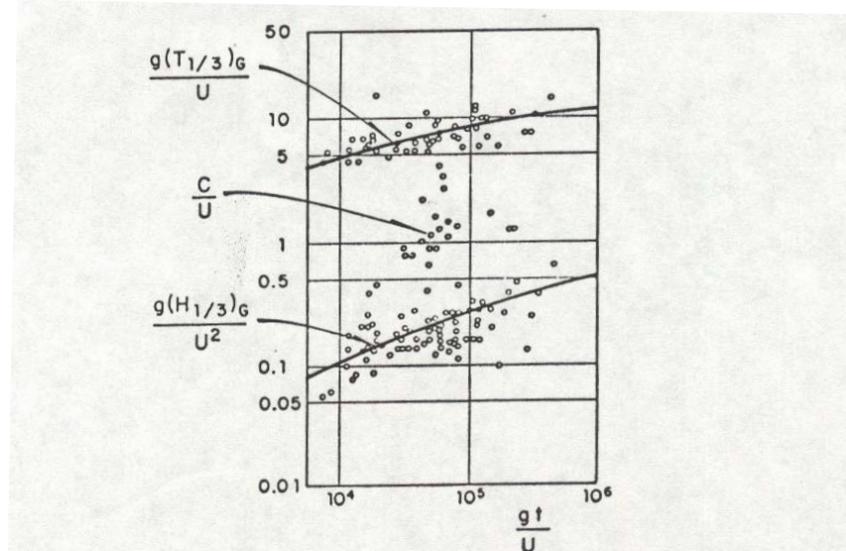
Al aplicar un análisis dimensional a las relaciones anteriores se llega a las siguientes ecuaciones:

$$\frac{g(H_{1/3})_G}{U^2} = f_1' \left( g \frac{F}{U^2}, g \frac{t}{U} \right) \tag{9.5}$$

$$\frac{g(T_{1/3})_G}{U} = f_2' \left( g \frac{F}{U^2}, g \frac{t}{U} \right) \tag{9.6}$$

Las relaciones  $f_1'$  y  $f_2'$  se obtuvieron a partir de mediciones tomadas directamente en el mar y el resultado de dichas mediciones se presentan en las figuras 9.1 y 9.2, donde se puede calcular  $(H_{1/3})_G$  y  $(T_{1/3})_G$ , en función de  $gF/U^2$  y  $gt/U$ .





**Figura 9.2** Relación entre la velocidad y duración del viento con la altura y periodo de la ola significativa, según Wiegel (1961)

Por otra parte en cada una de esas figuras aparecen dos curvas, las cuales se obtuvieron al ajustar los valores observados en la realidad, dichos ajustes fueron realizados por el Instituto de ingeniería de la UNAM, encontrado que las curvas de ajuste se pueden transformar en las siguientes expresiones:

a) Para la altura de la ola significativa.

$$\frac{g(H_{1/3})_G}{U^2} = 0.2525 \tanh \left[ 0.01 \left( g \frac{F}{U^2} \right)^{0.49} \right] \quad (9.7)$$

$$\frac{g(H_{1/3})_G}{U^2} = 12.3174 \tanh \left[ 0.0004345 \left( g \frac{t}{U} \right)^{0.33} \right] \quad (9.8)$$

La ecuación 9.7 corresponde al ajuste de la curva 9.1 y la ecuación 9.8 a la fig. 9.2

b) Para el periodo significativo:

$$\frac{g(T_{1/3})_G}{U} = 0.358 \left[ \left( g \frac{F}{U^2} \right)^{0.49} \right] \quad (9.9)$$

$$\frac{g(T_{1/3})_G}{U} = 50.721 \tanh \left[ 0.015 \left( g \frac{t}{U} \right)^{0.2} \right] \quad (9.10)$$

La ecuación 9.9 corresponde al ajuste de la fig. 9.1 y la ecuación 9.10 a la fig. 9.2

El procedimiento de cálculo es el siguiente:

- i) Se determinan los valores mínimos del Fetch (F) y su duración (t) por medio de la tabla 9.1, a partir de la velocidad del viento.



**Tabla 9.1** Fetch mínimo y duración mínima necesarios para alcanzar el completo estado de desarrollo del oleaje, para varias velocidades de viento

Velocidad del viento real (U)		Fetch (F)		Duración (t)	Velocidad del viento real (U)		Fetch (F)		Duración (t)
Nudos	km/h	millas náuticas	km	h	nudos	km/h	millas náuticas	km	h
10	18.53	10	18.53	2.4	34	63.01	420	778.37	30
12	22.24	18	33.36	3.8	36	66.72	500	926.62	34
14	25.95	28	51.89	5.2	38	70.42	600	1111.95	38
16	29.65	40	74.13	6.6	40	74.13	710	1315.81	42
18	33.35	55	101.93	8.3	42	77.84	830	1538.20	47
20	37.06	75	139.00	10	44	81.54	960	1779.12	52
22	40.77	100	185.35	12	46	85.25	1100	2038.58	57
24	44.48	130	240.92	14	48	88.96	1250	2316.56	63
26	48.18	180	333.59	17	50	92.66	1420	2631.62	69
28	51.89	230	426.25	20	52	96.37	1610	1983.73	75
30	55.60	280	518.91	23	54	100.08	1800	3335.85	81
32	59.30	340	630.11	27	56	103.78	2100	3891.83	88

- ii) Con el valor del Fetch en Km y la duración en horas obtenidas de la tabla 9.1, cuyos valores son los mínimos requeridos para alcanzar el completo estado de desarrollo del oleaje, se calculan los parámetros  $(gF/U^2)$  y  $(gt/U)$ .
- iii) Empleando las ecuaciones 9.7 y 9.8 se calcula  $g(H_{1/3})_G/v^2$ , para cada parámetro determinado en el inciso ii), seleccionando aquel valor que sea menor, lo que indica si el oleaje estará limitado por el FETCH (Ecuación 9.7) o si estará limitado por la duración (Ecuación 9.8).
- iv) Se utiliza la fórmula 9.9 o 9.10, de acuerdo al valor menor seleccionado en el inciso iii), y despejando se encuentra el valor del periodo significativo, es decir para la ecuación 9.9 le corresponde la 9.7 y para la 9.10 le corresponde la 9.8.
- v) Con el valor mínimo escogido de la ecuación 9.7 o 9.8 se despeja el valor de la ola significativa.

**Método de Pierson-Neuman-James (P.N.J).** Este método utiliza el concepto del espectro que se define como una relación de la distribución de la energía de las ondas con respecto a su frecuencia. El área E bajo la curva del espectro es función de la energía desarrollada por el oleaje y como este se puede expresar en función de la altura del oleaje al cuadrado, se llega a relacionar la altura del oleaje con  $E^{1/2}$ . A partir del espectro se calcula el espectro co-acumulativo del oleaje, que es la gráfica que se obtiene al dibujar la  $E_i$  parcial contra su frecuencia, la cual permite relacionar para una frecuencia conocida la altura de la onda. P-N-J obtuvieron un



espectro y su espectro coacumulativo del oleaje generado por vientos con velocidades constantes ( $U$ ), tomando además en cuenta el Fetch y su dirección. Los resultados finales obtenidos por los investigadores se presentan en las figuras 9.3, 9.4, 9.5 y 9.6

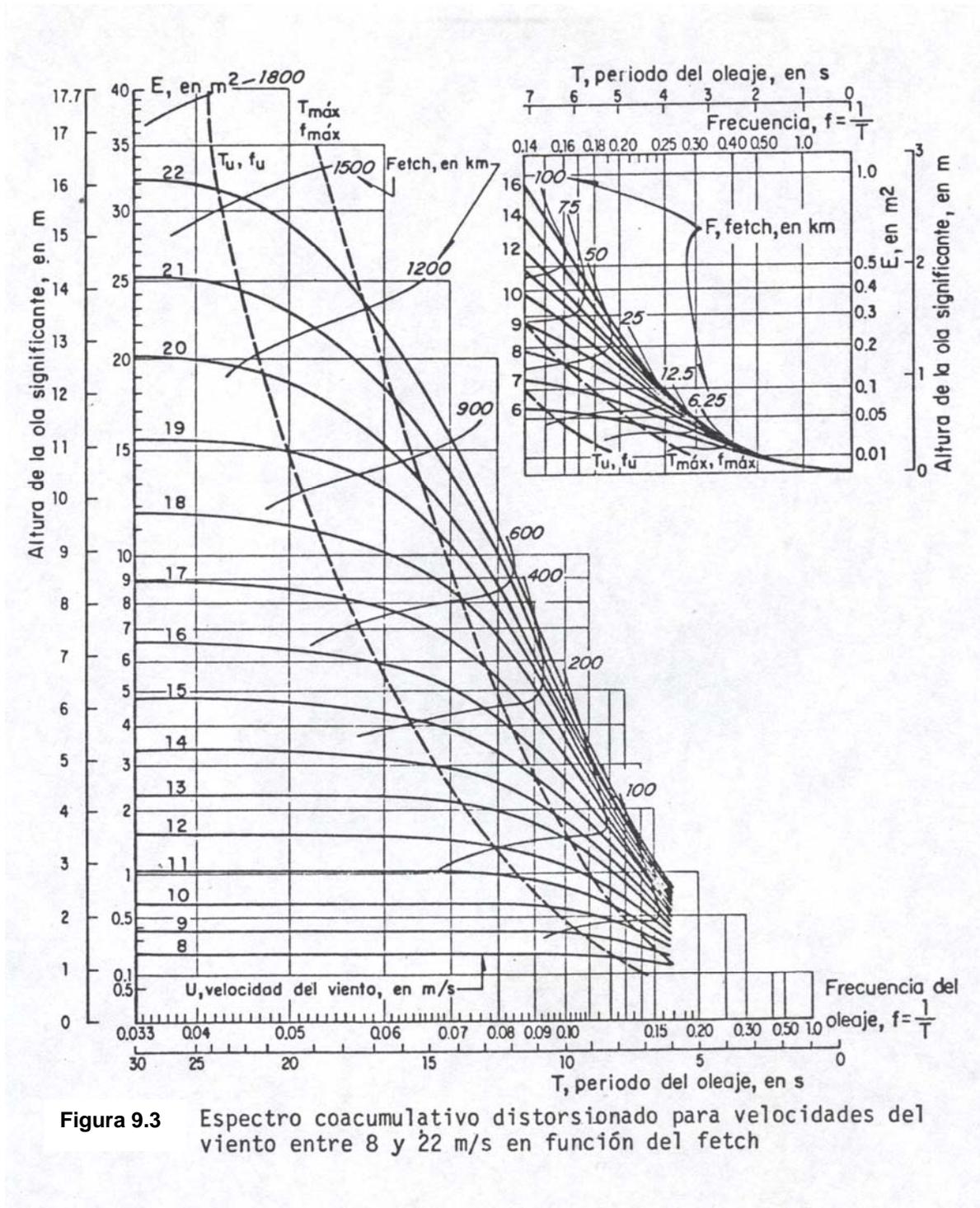
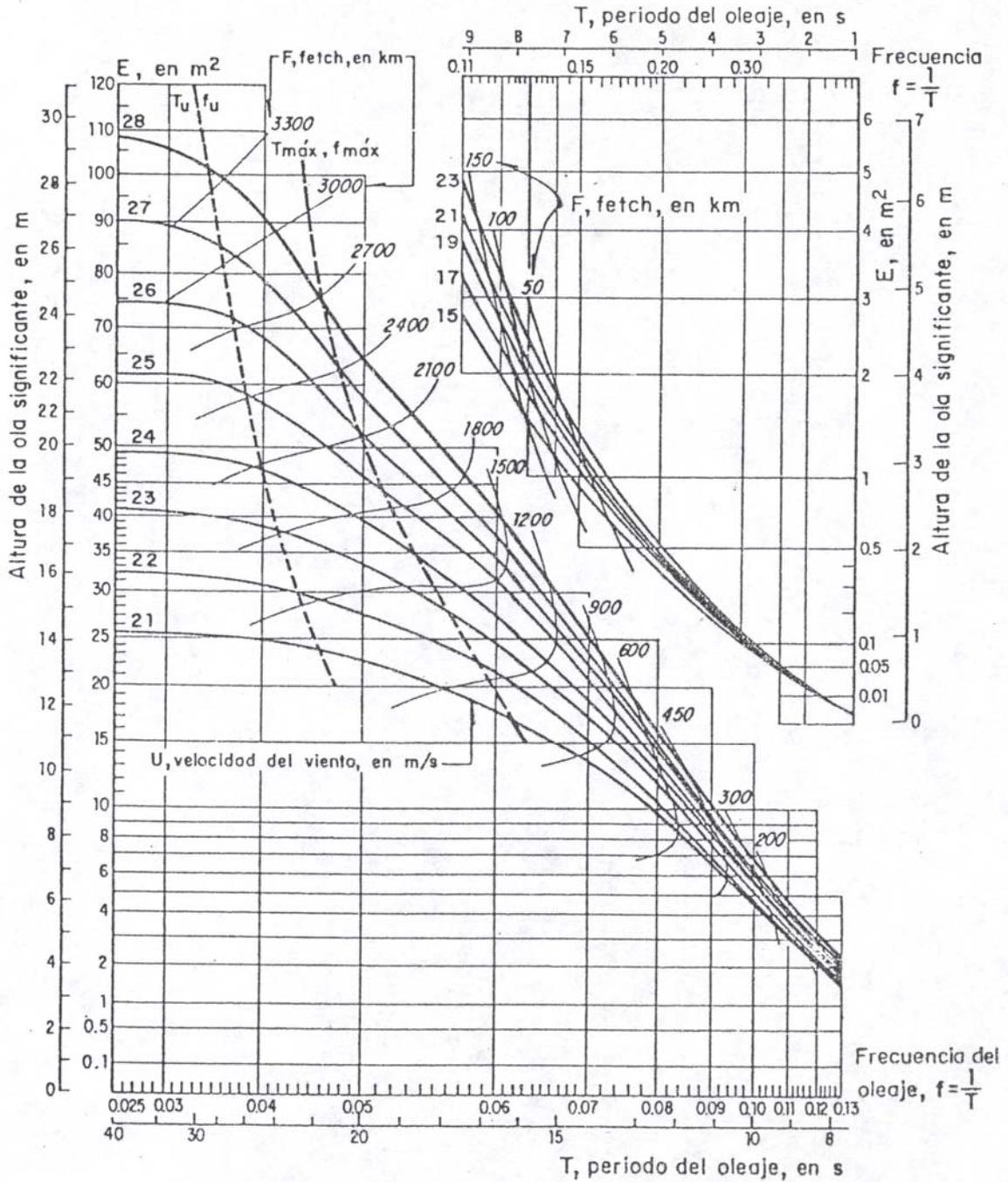
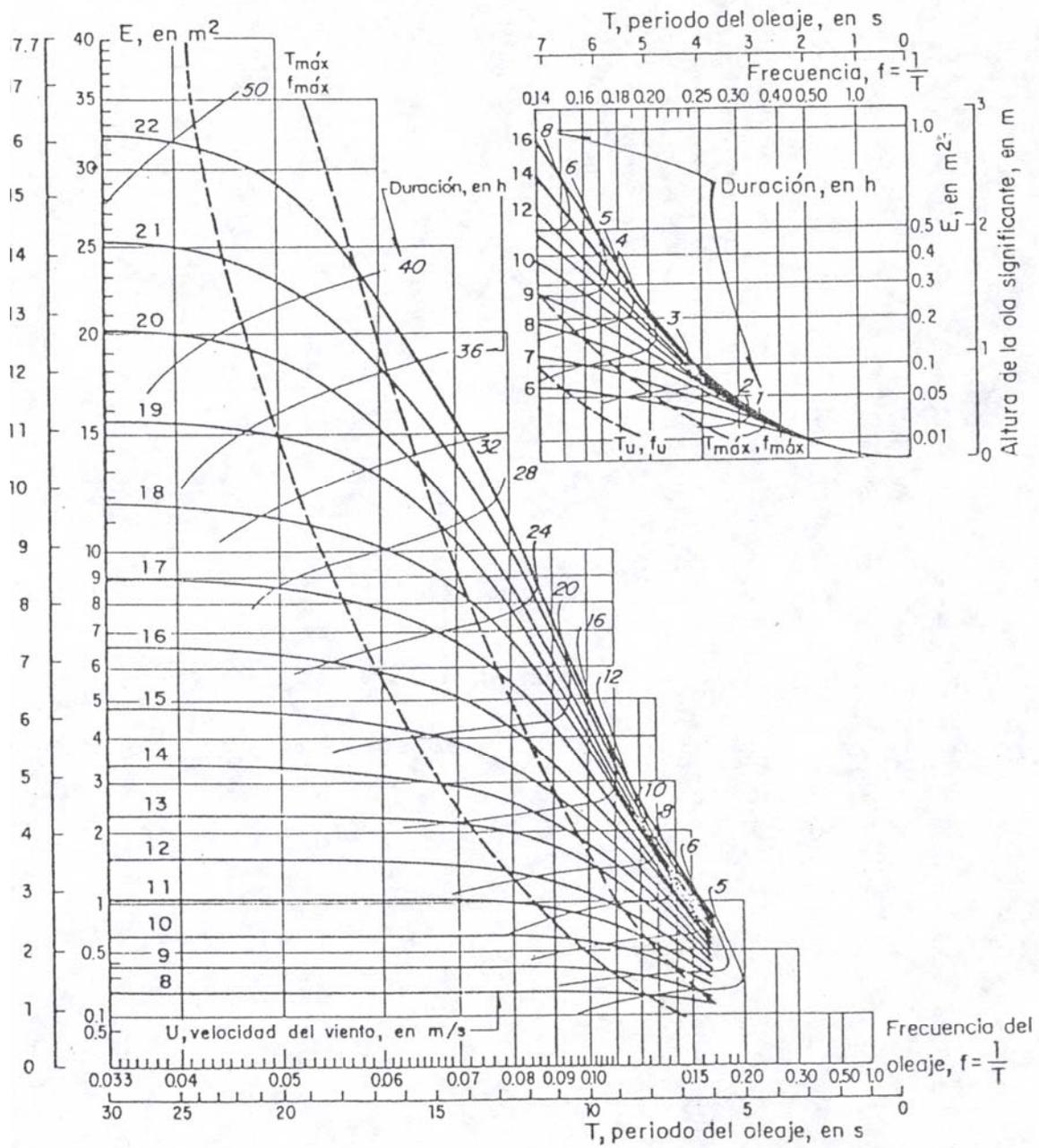


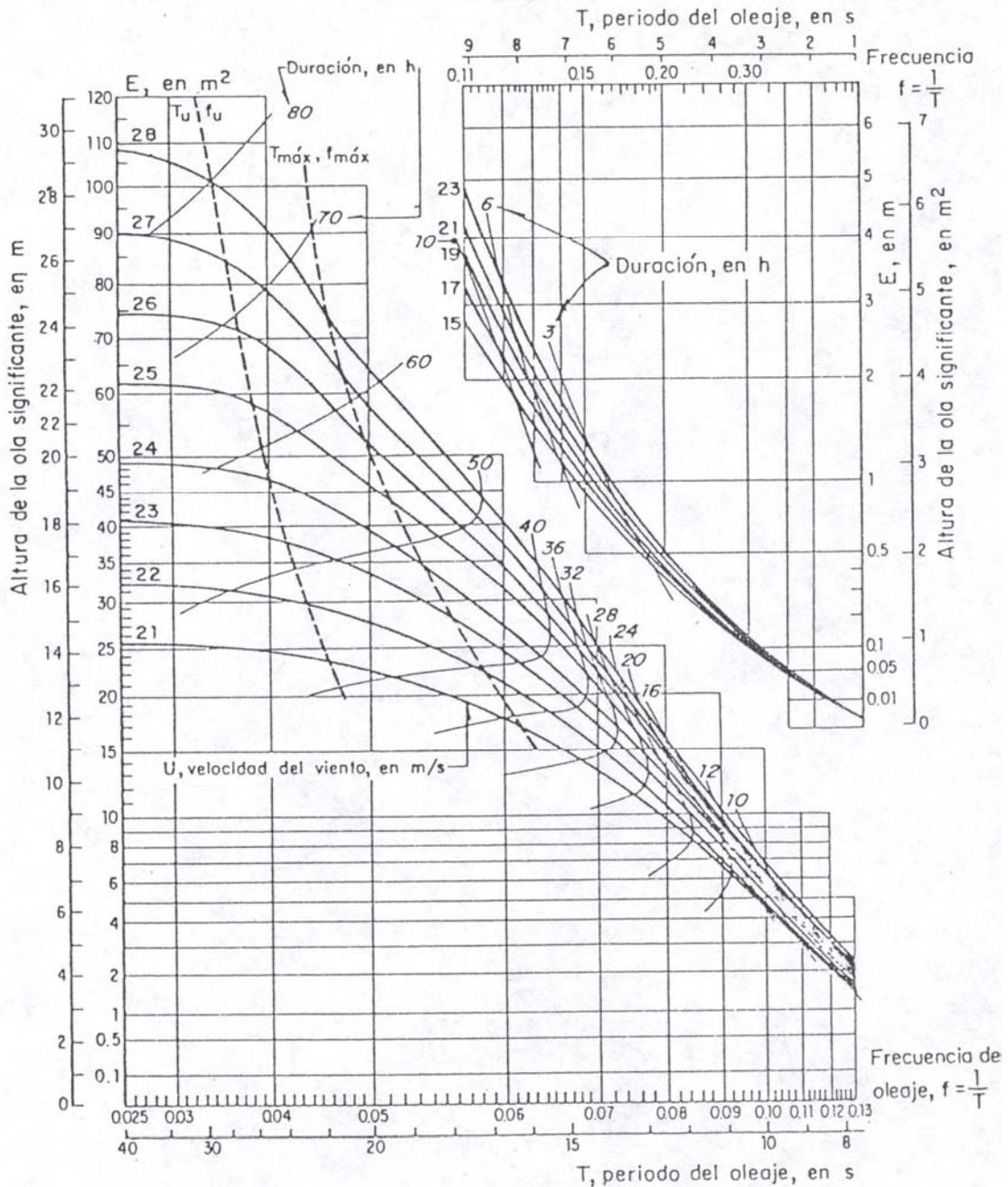
Figura 9.3 Espectro coacumulativo distorsionado para velocidades del viento entre 8 y 22 m/s en función del fetch



**Figura 9.4** Espectro coacumulativo distorsionado para velocidades del viento entre 21 y 28 m/s en función del fetch



**Figura 9.5** Espectro coacumulativo distorsionado para velocidades del viento entre 8 y 22 m/s en función de la duración



**Figura 9.6** Espectro coacumulativo distorsionado para velocidades del viento entre 21 y 28 m/s en función de la duración

El procedimiento de cálculo es el siguiente:

- i) Se utilizan como datos conocidos  $F$  (fetch),  $t$  (duración) y  $U$  (velocidad del viento).
- ii) Con  $U$  y  $F$  se entra en la figura 9.3 o 9.4, según la velocidad del viento (Para vientos con velocidades entre 8 y 22 m/s, se utiliza la figura 9.3; Para vientos con velocidad entre 21 y 28 m/s se utiliza la figura 9.4).



- iii) Con  $U$  y  $t$  se entra a la figura 9.5 o 9.6 y procediendo de forma similar al incisa ii) se obtiene otro valor de  $E$ .
- iv) Se escoge el menor valor de  $E$ , correspondiendo al paso ii) al oleaje limitado por Fetch y si es por el iii) se tiene oleaje limitado por duración.
- v) Utilizando la figura que permitió obtener la  $E$  menor y a partir de la intersección de  $U$  y  $F$  o  $U$  y  $t$ , según sea el caso, se obtiene la frecuencia  $f_i$  o periodo  $T_i$ , en el eje de las abscisas y la altura de la ola significativa en el eje de las ordenadas.

En el caso de que el oleaje no este limitado por Fetch o por duración se llega a la rama horizontal de las curvas para  $U$  constante y por lo tanto se tiene un número infinito de frecuencias. Por ello se deben de utilizar las curvas  $f_{m\acute{a}x}$  o  $f_u$  que aparecen en las figuras 9.3 a 9.6 y obtener esos parámetros de la intersección de dichas curvas con la  $U$  constante. Por otra parte  $f_{m\acute{a}x}$  o  $T_{m\acute{a}x}$  indican la frecuencia o periodo del oleaje cuyo ancho de banda en el espectro tiene la mayor área o energía espectral. La variable  $f_u$  o  $T_u$  indican la frecuencia mínima o periodo máximo que puede tener el oleaje generado (aunque puede haber olas con mayor periodo pero su energía en conjunto es muy pequeña y por eso no se toman en cuenta)

- vi) Si el oleaje esta limitado por Fetch o por duración se deberá de calcular los valores de  $f_u$  y  $T_u$ , con las siguientes ecuaciones:

$$f_u = 0.83f_i \quad (9.11)$$

$$T_u = \frac{1}{f_u} \quad (9.12)$$

- vii) Se calcula el periodo mínimo,  $T_L$ , que pueden tener las olas generadas, ya que las olas generadas con un periodo menor, tomadas en conjunto, no tienen una energía significativa. Para calcular  $T_L$  primero se obtiene  $E'$ , cuyo valor está dado por la siguiente ecuación:

$$E' = 0.03E \quad (9.13)$$

Con el valor de  $E'$  y  $U$ , en el eje de las abscisas se obtiene  $T_L$  y  $f_L$ .

- viii) Se calcula el periodo promedio mediante la relación:

$$T_m = \frac{(T_i + T_L)}{2} \quad (9.14)$$

- ix) El periodo significativo se puede calcular a partir del valor de la altura de la ola significativa, obtenida en v) la siguiente ecuación:

$$T_{1/3} = 3.86 \left( H_{1/3} \right)^{1/2} \quad (9.15)$$

Donde:  $T_{1/3}$  está en s y  $H_{1/3}$  en m.



## INGENIERÍA DE COSTAS

### 9.1.2. PREDICCIÓN DEL OLAJE EN LA ZONA DE DECAIMIENTO.

Los siguientes factores influyen en el decaimiento del oleaje:

1. La diferencia entre las celeridades de las ondas provoca una dispersión de la energía, ocurre en la dirección de propagación del oleaje.
2. La pérdida de energía por fricción y turbulencia provoca un rápido decaimiento en las ondas de menor periodo y mayor esbeltez.
3. Hay una transferencia de energía de las ondas de periodo corto a las de periodo largo
4. Una disipación de energía ocurre transversalmente a la dirección de propagación.

Los tres primeros factores ocasionan la desaparición de las ondas pequeñas y como consecuencia de ello existe una preponderancia de las ondas con longitud mayor.

Al salir el oleaje de la zona de generación deja de estar bajo la acción del viento y a medida que avanza, la apariencia caótica que presentaba tiende a desaparecer. Esto último es debido a dos efectos:

- a) Diseminación angular. Al salir de la zona de generación, los diferentes componentes del oleaje avanzan en diferentes direcciones y, por tanto, se separan a medida que se alejan de la zona donde fueron generadas.
- b) Dispersión. Dado que cada ola tiene una celeridad propia que depende del periodo, las de mayor periodo avanzan más rápido y se separan de las restantes.

El oleaje en la zona de decaimiento se caracteriza por tener crestas planas y regulares a este oleaje se le llama swell.

La longitud de la zona de decaimiento se obtiene siguiendo la línea del fetch y está limitada por la zona de generación y la frontera entre aguas profundas e intermedias, frente al sitio de estudio.

A continuación se explican dos criterios para determinar las características del oleaje al final de la zona de decaimiento.

**MÉTODO DE SVERDRUP- MUNK (SM).** Este método considera que la velocidad del viento es nula; a partir de ello se pueden establecer las siguientes expresiones para calcular las características del oleaje en la zona de decaimiento.

$$\frac{\left(T_{\frac{1}{3}}\right)_D}{\left(T_{\frac{1}{3}}\right)_G} = \left[ 1 + 0.005953 \frac{D}{g \left(T_{\frac{1}{3}}\right)_G^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9.16)$$

$$\frac{\left(H_{\frac{1}{3}}\right)_D}{\left(H_{\frac{1}{3}}\right)_G} = \left[ \frac{\left(T_{\frac{1}{3}}\right)_D}{\left(T_{\frac{1}{3}}\right)_G} \right]^{-2.655} \quad (9.17)$$



Donde:  $\left(H_{\frac{1}{3}}\right)_D, \left(T_{\frac{1}{3}}\right)_D$  altura y periodo de la ola significativa al final de la zona de decaimiento.

$\left(H_{\frac{1}{3}}\right)_G, \left(T_{\frac{1}{3}}\right)_G$  altura y periodo de la ola significativa al final de la zona de generación, obtenidos con cualquiera de los métodos descritos anteriormente.

D longitud de la zona de decaimiento.

**MÉTODO DE BRETSCHNEIDER.** Bretschneider considera que la disminución de la energía del oleaje se debe a la dispersión del mismo; sus resultados se muestran en las figuras 9.7 y 9.8

Para predecir el oleaje en la zona de decaimiento se necesitan conocer las características del oleaje al final de la zona de generación (altura y período de la ola significativa) y la longitud de la zona de decaimiento (D) y del fetch (F). Conocidos los valores anteriores se calculan las relaciones:

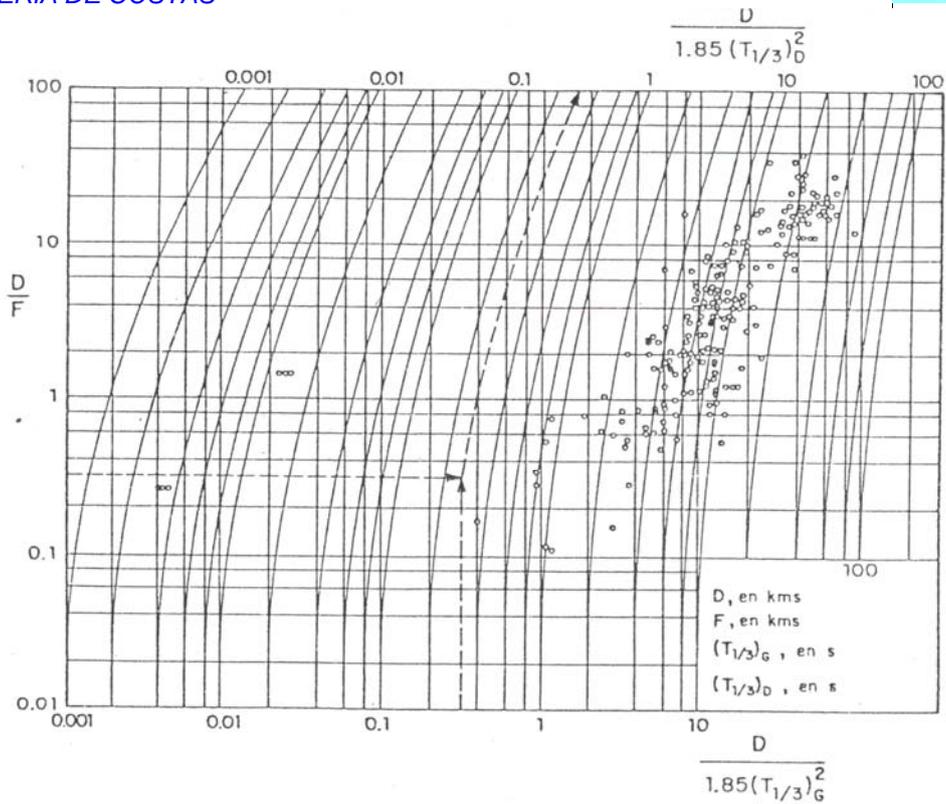
$$\frac{D}{6.07\left(H_{\frac{1}{3}}\right)_G}, \frac{D}{F}, \frac{D}{1.85\left(T_{\frac{1}{3}}\right)_G^2}.$$

Para la fig. 9.7 se entra con los valores  $\frac{D}{1.85\left(T_{\frac{1}{3}}\right)_G^2}$  y  $\frac{D}{F}$ ; se ubica un punto y se

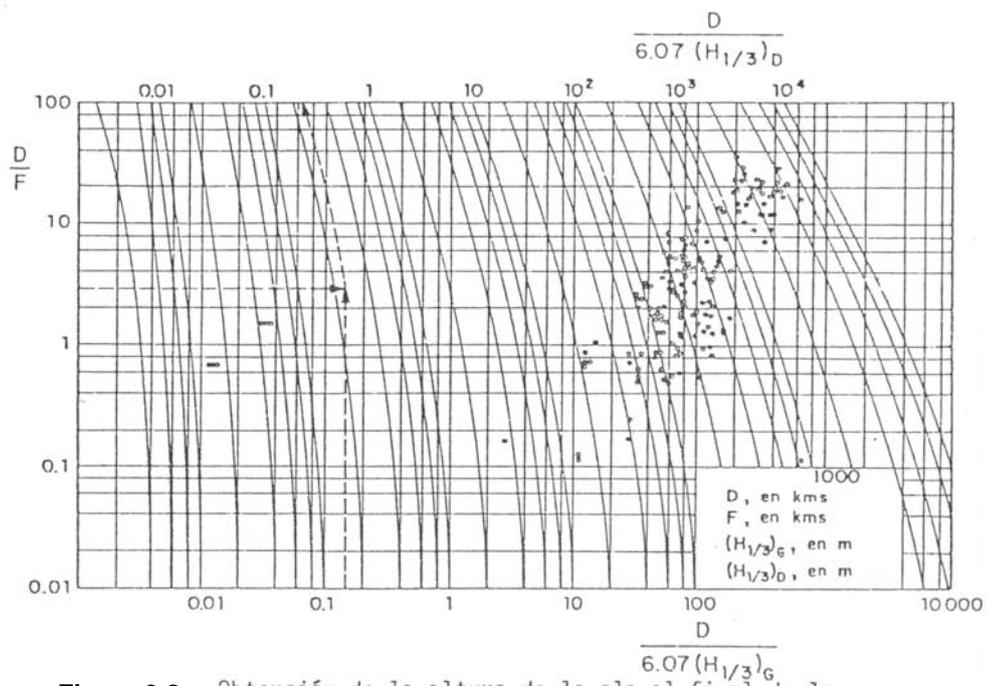
define la curva sobre o paralela a la cuál se tiene el valor de  $\frac{D}{1.85\left(T_{\frac{1}{3}}\right)_G^2}$  y lo mismo

se hace para la fig. 9.8, en esta última figura se entra con  $\frac{D}{6.07\left(H_{\frac{1}{3}}\right)_G}$  y  $\frac{D}{F}$ , y se

obtiene  $\frac{D}{6.07\left(H_{\frac{1}{3}}\right)_D}$ .



**Figura 9.7** Obtención del periodo de la ola al final de la zona de decaimiento



**Figura 9.8** Obtención de la altura de la ola al final de la zona de decaimiento



### 9.1.3 PREDICCIÓN DEL OLAJE EN AGUAS INTERMEDIAS Y SOMERAS.

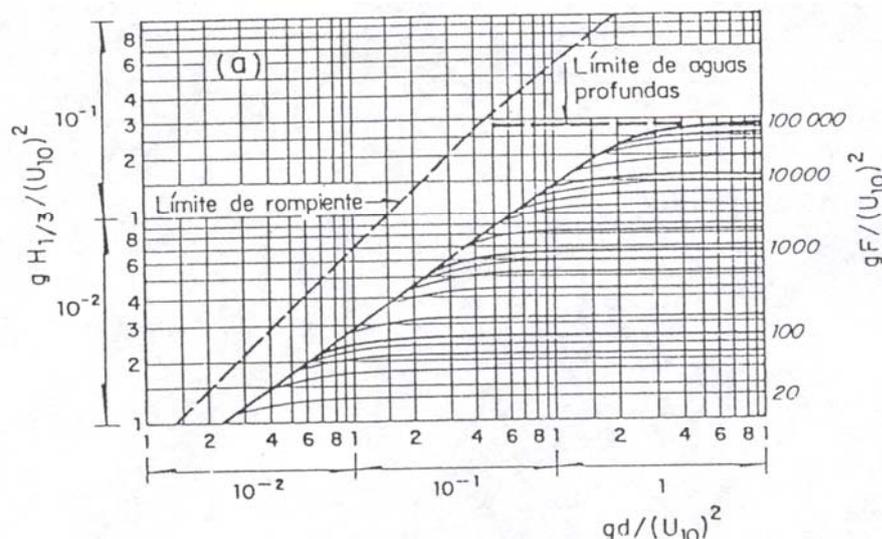
Las ondas generadas en aguas intermedias y someras deben ser, generalmente, de menor altura y periodo en comparación con las generadas en aguas profundas. Se han desarrollado algunos estudios sobre el decaimiento del oleaje en aguas poco profundas, pero los resultados obtenidos no son completamente satisfactorios.

La predicción del oleaje en aguas someras se aplica a lagos y bahías con profundidad constante.

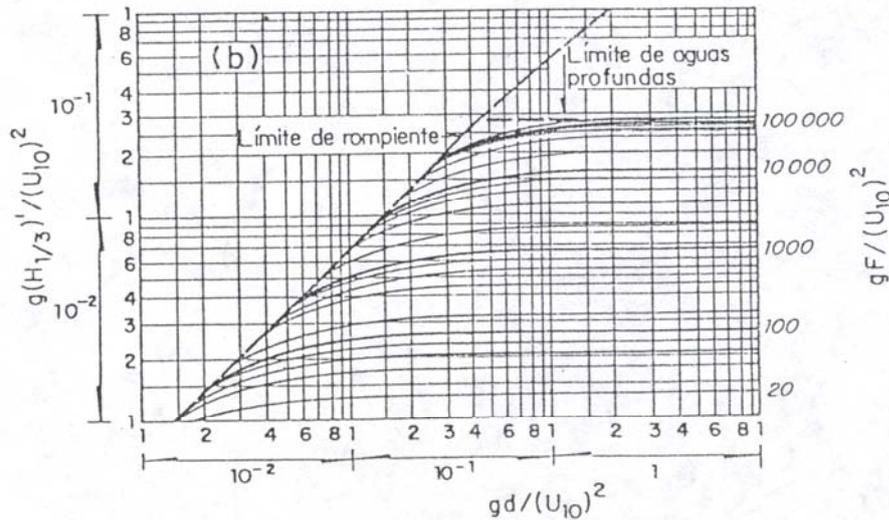
**MÉTODO DE BRETSCHNEIDER.** A continuación se describe el método propuesto por Bretschneider (1954), el cual supone que las características de las ondas en aguas poco profundas se deben a dos efectos, uno es la energía suministrada por el viento y el otro la pérdida de energía provocada por la fricción que se desarrolla en el fondo; con lo anterior el autor presenta la fig. 9.9, la válida para profundidad constante, y la fig. 9.10 aplicable cuando la profundidad varía, pero la pendiente del fondo es uniforme y constante. Para esta última condición el valor de  $H_{1/3}$  se obtiene al multiplicar  $(H_{1/3})'$  (que se obtiene de la fig. 9.9) por  $K_s$  (coeficiente de propagación de la onda, visto anteriormente). La variable  $U_{10}$  que aparece en las figuras significa la velocidad del viento medida a 10m sobre la superficie del mar, si se conoce la velocidad para una altura diferente de 10m en el tomo II del libro de Obras Civiles de la C.F.E., Sección Hidrotecnia, Tema Hidráulica, Fascículo A.2.13 Hidráulica Marítima. se indica un procedimiento para calcular  $U_{10}$ .

El periodo se calcula utilizando una relación obtenida para el mar en completo desarrollo,

$$T_{1/3} = 3.86 \left( H_{1/3} \right)^{1/2} \tag{9.18}$$



**Figura 9.9** Altura de la ola para la condición de aguas someras y profundidad constante, según Bretschneider ( 1954 )



**Figura 9.10** Altura de la ola para la condición de aguas someras y pendiente del fondo constante, según Bretschneider ( 1954 )

### 9.2. PREDICCIÓN DEL OLEAJE DENTRO DE UN HURACÁN

El huracán es un tipo de ciclón tropical. Los ciclones tropicales son sistemas de vientos en forma de espiral que se desplazan sobre la superficie terrestre. Tiene circulación cerrada alrededor de un punto central. En el hemisferio norte los vientos giran contrarios a las manecillas del reloj.

Los ciclones tropicales se clasifican de acuerdo con la intensidad de sus vientos sostenidos:

Depresión Tropical: nacimiento del huracán, es un sistema organizado de nubes con una circulación definida y sus máximos sostenidos son menores de 63 km/h.

Tormenta Tropical: es aquí cuando se le asigna un nombre por orden de aparición y de forma alfabética; con vientos sostenidos fluctuando entre los 63 y 118 km/h.

Huracán: es un ciclón tropical de intensidad máxima en el cual los vientos máximos sostenidos alcanzan los 119 km/h. tiene un centro muy definido con una presión barométrica muy baja.

Tabla 9.2 Escala Saffir/Simpson de Huracanes		
Categoría	Vientos en km/h	Mareas de Tempestad por encima de lo normal
I	119 a 153	1.5
II	154 a 177	2.0 a 2.5
III	178 a 209	2.6 a 3.7
IV	210 a 249	4.5 a 5.0
V	+ de 250	+ de 5.5

## INGENIERÍA DE COSTAS



Esta escala fue desarrollada a principios de los años 70 por el Ingeniero Herber Saffir y el director del Centro Nacional de Huracanes, Robert Simpson, corresponde a una escala que indica los daños potenciales que puede provocar un huracán, teniendo en cuenta la presión mínima, los vientos y la marea de tormenta causada por el sistema.

Los daños asociados a las categorías son los siguientes:

**Categoría I.** Daños Mínimos: vientos de 118 a 152 km/h (74 a 95 millas por hora o 64 a 82 nudos). Presión barométrica mínima, igual o superior a 980 milibares (735.0mm de mercurio). Daños principalmente a árboles, arbustos y casas móviles que no hayan sido aseguradas previamente. Daños ligeros a otras estructuras. Destrucción parcial o total de algunos letreros y anuncios pobremente instalados. Marejadas de 1,32m a 1,65m sobre lo normal. Caminos y carreteras en costas bajas, inundadas. Daños menores a los muelles y atracaderos. Las embarcaciones menores rompen sus amarras en áreas expuestas.

**Categoría II.** Daños Moderados: vientos de 153 a 178 km/h (96 a 110 millas por hora o 83 a 96 nudos). Presión barométrica de 965 a 979 milibares (724.0mm a 734.0mm de mercurio). Daños considerables a árboles y arbustos, algunos derribados. Grandes daños a casas móviles en áreas expuestas. Extensos daños a letreros y anuncios. Destrucción parcial de algunos techos, puertas y ventanas. Pocos daños a estructuras y edificios. Marejadas de 1,98m a 2,64m sobre lo normal. Carreteras y caminos inundados cerca de las costas. Las rutas de escape en terrenos bajos se interrumpen de 2 a 4 horas antes de la llegada del centro del huracán. Daños considerables a muelles y atracaderos. Las marinas se inundan. Las embarcaciones menores rompen amarras en áreas abiertas. Se requiere la evacuación de residentes de terrenos bajos en áreas costeras.

**Categoría III.** Daños Extensos: Vientos de 179 a 209 km/h (111 a 130 millas por hora o 96 a 113 nudos). Presión barométrica mínima de 945 a 964 milibares (709.0mm a 723.0mm de mercurio). Muchas ramas son arrancadas de los árboles. Grandes árboles son derribados. Anuncios y letreros que no estén sólidamente instalados son llevados por el viento. Algunos daños a los techos de edificios y también a puertas y ventanas. Algunos daños a las estructuras de los edificios pequeños. Casas móviles destruidas. Marejadas de 2,97m a 3,96m sobre lo normal, inundando extensas áreas de zonas costeras con amplia destrucción de edificaciones que se encuentren cerca del litoral. Las grandes estructuras cerca de las costas son seriamente dañadas por el embate de las olas y escombros flotantes. Las vías de escape en terrenos bajos se interrumpen 3 a 5 horas antes de la llegada del centro del huracán debido a la subida de las aguas. Los terrenos llanos de 6,65m o menos sobre el nivel del mar son inundados por más de 13 kilómetros tierra adentro. Posiblemente se requiera la evacuación de todos los residentes de terrenos bajos a lo largo de las zonas costeras.

**Categoría IV.** Daños Extremos: Vientos de 211 a 250 km/h (131 a 155 millas por hora o 114 a 135 nudos). Presión barométrica mínima de 920 a 944 milibares (690.0mm a 708.0mm de mercurio). Árboles y arbustos son arrastrados por el viento. Anuncios y letreros son arrancados o destruidos. Hay extensos daños en techos, puertas y ventanas. Se produce el colapso total de techos y algunas



## INGENIERÍA DE COSTAS

paredes en residencias pequeñas. La mayoría de las casas móviles son destruidas o seriamente dañadas. Se producen marejadas de 4,29m a 5,94 sobre lo normal. Los terrenos llanos de 3,30m o menos sobre el nivel del mar son inundados hasta 10 kilómetros tierra adentro. Hay grandes daños a los pisos bajos de las estructuras cerca de las costas debido al influjo de las inundaciones y el batir de las olas llevando escombros. Las rutas de escape son interrumpidas por la subida de las aguas 3 a 5 horas antes de la llegada del centro del huracán. Posiblemente se requiera la evacuación masiva de todos los residentes dentro de un área de unos 500 metros de la costa y también de terrenos bajos, hasta 3 kilómetros tierra adentro.

Categoría V. Daños Catastróficos: vientos de más de 250 km/h (155 millas por hora o 135 nudos). Presión barométrica mínima por debajo de 920 milibares (690.0mm de mercurio). Árboles y arbustos son totalmente arrastrados por el viento, muchos árboles grandes arrancados de raíz. Daños de gran consideración a los techos de los edificios. Los anuncios y letreros son arrancados, destruidos y llevado por el viento a considerable distancia, ocasionando a su vez más destrucción. Se produce el colapso total de techos y algunas paredes en residencias pequeñas. La mayoría de las casas móviles son destruidas o seriamente dañadas. Se producen marejadas de 4,29m a 5,94m sobre lo normal. Los terrenos llanos de 3,30m o menos sobre el nivel del mar son inundados hasta 6 millas tierra adentro. Hay grandes daños a los pisos bajos de las estructuras cerca de las costas debido al influjo de las inundaciones y el batir de las olas llevando escombros. Las rutas de escape son interrumpidas por la subida de las aguas 3 a 5 horas antes de la llegada del centro del huracán. Posiblemente se requiera la evacuación masiva de todos los residentes dentro de un área de unos 500 metros de la costa y también de terrenos bajos, hasta 3 kilómetros tierra adentro.

Las características del oleaje generado por un huracán se pueden obtener con los métodos de SMB o PNJ (vistos anteriormente), pero los resultados que se obtienen con cualquiera de ellos no son confiables ya que el campo de vientos provocado por un huracán es irregular y como consecuencia de ello la determinación del fetch es laboriosa y algunas veces complicada, además se tienen cambios en la velocidad, dirección y duración del viento ya que el huracán se desplaza.

De los análisis realizados para diferentes huracanes el CERC (Coastal Engineering Research Center) propone utilizar dos fórmulas empíricas que pueden ser usadas para estimar la altura y periodo de la ola significativa en aguas profundas, para el punto donde se tenga el viento máximo, y son:

$$\left( H_{\frac{1}{3}} \right)_{\text{máx}} = 5.03e^{\left( \frac{R\Delta p}{4700} \right)} \left[ 1 + \frac{0.29\alpha V_F}{(U_R)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (9.19)$$

$$\left( T_{\frac{1}{3}} \right)_{\text{máx}} = 8.6e^{\left( \frac{R\Delta p}{9400} \right)} \left[ 1 + \frac{0.145\alpha V_F}{(U_R)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (9.20)$$



Donde:

$\left(H_{\frac{1}{3}}\right)_{máx}$  = altura máxima de la ola significantes en aguas profundas, en m.

$\left(T_{\frac{1}{3}}\right)_{máx}$  = periodo de la ola significante correspondiente a  $\left(H_{\frac{1}{3}}\right)_{máx}$ , en s.

R = radio del viento máximo, en km. Se mide desde el centro del huracán al lugar donde la velocidad del viento es máxima y varía entre 9 y 90 km.

$\Delta p$  = diferencia de presión, en mm de mercurio. Está dado por  $(p_n - p_o)$ , donde  $p_n$  es la presión atmosférica normal al nivel del mar e igual a 760mm de mercurio y  $p_o$  es la presión que se tiene en el centro del huracán, expresada en mm de mercurio.

$V_F$  = velocidad de desplazamiento del huracán, en m/s.

$U_R$  = velocidad máxima del viento, en m/s; debe ser calculada a 10m de la superficie del mar y corresponde al punto donde el radio sea igual a R. Se pueden utilizar las siguientes expresiones:

$$U_R = 0.865U_{máx} \text{ (Huracán estacionario)} \quad (9.21)$$

$$U_R = 0.865U_{máx} + 0.5V_F \text{ (Huracán desplazándose)} \quad (9.22)$$

$U_{máx}$  = velocidad máxima del viento gradiente, en m/s; debe ser calculada a 10m arriba de la superficie del mar y se obtiene con la siguiente ecuación:

$$U_{máx} = 0.446 \left[ 14.5(p_n - p_o)^{1/2} - 0.31R(2\omega \text{sen}\phi) \right] \quad (9.23)$$

$\omega$  = velocidad angular de la tierra, en rad/h, igual a  $\frac{2\pi}{24}$  rad/hora.

$\phi$  = latitud del lugar, en grados.

$\alpha$  = coeficiente que depende de la velocidad de avance del huracán y del incremento en la longitud del fetch al desplazarse el huracán. Para huracanes que se desplazan lentamente o moderadamente,  $\alpha = 1.0$ .

La altura de la ola obtenida con la ecuación 9.19 es la máxima que provoca el huracán y se presenta en las coordenadas (1,0) de la fig. 9.11. Con ayuda de esa misma figura se puede obtener la altura del oleaje en cualquier lugar del huracán

en función de los valores  $\frac{H}{\left(H_{\frac{1}{3}}\right)_{máx}}$  ahí indicados. H es la altura del oleaje en

cualquier otra zona del huracán.

Para la zona del Golfo de México, a partir de los datos de huracanes registrados, se propone utilizar la siguiente ecuación para calcular R:



$$R = 1.85 \left[ 10 \left( \frac{P_o}{150} - 3.45 \right) \right] + \Delta R \quad (9.24)$$

$$\Delta R = 1.85 \left[ 10 \left( \frac{P_o}{38} - 16.74 \right) \right] \quad (9.25)$$

Donde R y ΔR están en km y P<sub>o</sub> en mm de mercurio.

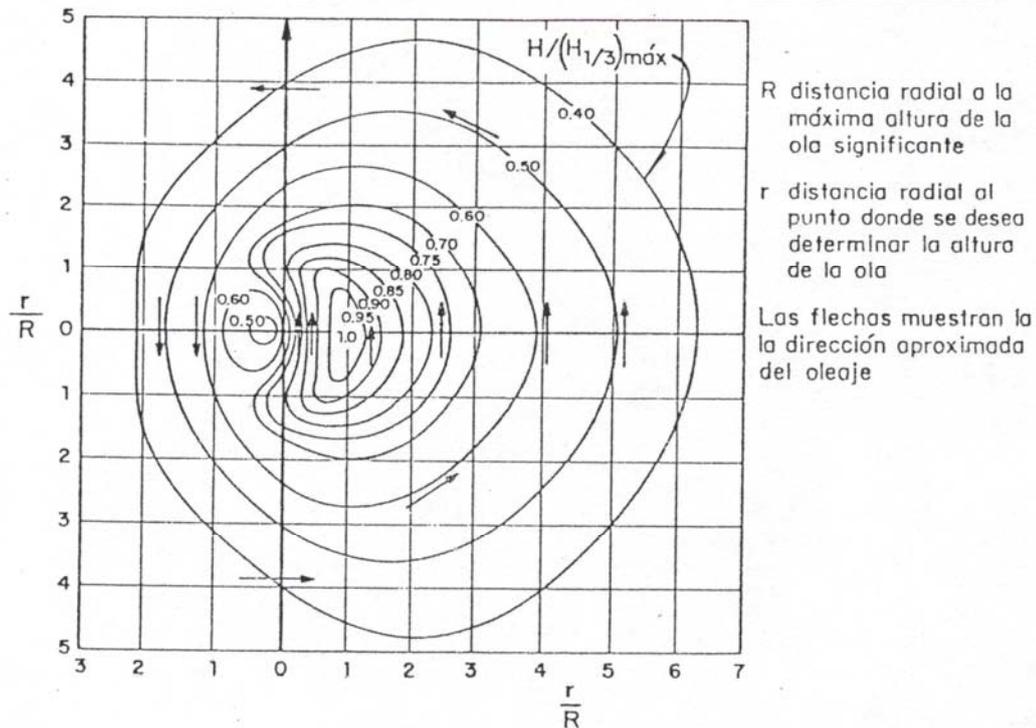


Figura 9.11 Líneas de igual altura relativa de la ola significativa para un huracán que se desplaza lentamente

**EJEMPLOS.**

1. Determinar la altura y el periodo del oleaje que se presentaría en la zona de generación y en un sitio ubicado a 20 km en una zona de decaimiento, cuando el viento tiene una velocidad de 24 nudos.
2. En un huracán con: U<sub>R</sub>=100 km/h; Latitud de 15° ; P<sub>o</sub> = 690mm Hq (presión en el centro del huracán); V<sub>F</sub> = 2.5 m/s (velocidad de desplazamiento del huracán); X<sub>R</sub>= 92 km (radio del viento máximo); r= 460 km (Distancia radial al punto donde se desea conocer la altura de la ola).
3. El huracán Carlotta estaba el martes 20 de Junio a 320 km de Lázaro Cárdenas con una velocidad de 205 km/hr y una altura de 4 m. Por medio de la escala de Shaffir- Simpson se le clasifico en la categoría 2, es decir extremadamente peligro. Su desplazamiento era al oeste a 18 km/hr, con rachas de hasta 205 km/hr y un diámetro del ojo de 13 km. ¿Cual es el pronostico después de 20 km/hr?